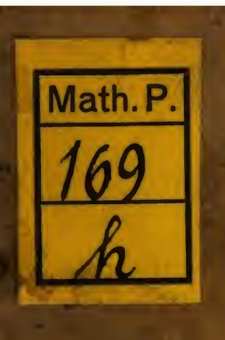


Math. P.
169
h


Digitized by Google

Forcadel

--- Mathesis pura. Arithmetica.
Systemata et methodi 180.

R

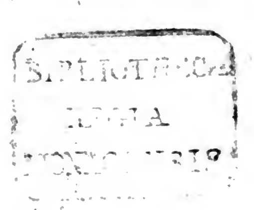
L'ARITHMETIQUE de Gemme Phrison:

Traduite en François par Pierre Forcadel de Beziers, professeur ordinaire des Mathematiques: & par luy illustrée de commētaires, contenans plusieurs inuentions nouuelles dudit Forcadel.



EN ANVERS,
Chez Iean VVithage. L'an
M. D. LXXXII.

Georgius Wagner. A. Lutetiae
17 Decembris 1585.



AV REVEREND ET Tresdocte Prelat, Messire Hierosme de la Rouuere, Euesque de Thoulon, Ambassadeur de Monseigneur de Sauoye, pres sa Maiesté.

MONSEIGNEVR, des-lors que ie party de France pour faire le voiage d'Italie, i'auois par plusieurs fois entendu par personnages de grande erudition, & de singulier iugement, cõbien la nature des la naissance vous auoit enrichy de ses perfections, & auec quel soin & solicitude vous auiez esté nourry & instruict en toutes bonnes disciplines des vostre enfance, & combien par la tres-heureuse felicité de vostre diuin esprit, & tresexcellente memoire, vous auiez proffité & aduancé, tant en l'intelligence des bonnes lettres, comme en la vraye cognoissance & exercice de la vertu. Mais depuis qu'ayant passé les Monts, ie trouuay toutes les villes d'Italie pleines d'vne tres-honorable renommée de vostre Nom, & que dans Rome, les plus grans princes & seigneurs & autres hõmes excellents en toutes especes de doctrine, vous louoyent, prisoient, & esti-

moient,comme à l'enuy,& mesme publioient, que des l'aage plus tendre, sans attendre le temps que les autres ont accoustumé de laisser venir pour estre façonnez aux lettres, vous auiez surpassé & vaincu toute l'esperance qu'vn ieune Gentil-homme bien né pouuoit auoir donnée de soy à ses parents & precepteurs: ie ne cessay onc depuis ce tẽps, de vous reuerer, honorer,admirer,& desirer presque impatiemment,d'auoir bien tost le biẽ,& l'heur d'acquerir quelque lieu en vostre cognoissance & bonne grace, auec occasion de vous pouuoir faire humble seruice. Ayant longuement continué en semblable deuotion, & estant retourné en ceste vniuersité de Paris,ou ie fais en public & en priué profession des Mathematiques, i'ay pensé que ie ne pourrois pour le present vous bailler preuue plus certaine de mon bon vouloir, que de faire publier sous vostre protectiõ l'Arithmetique Frãçoise de Gemme Phrison, laquelle,outre la simple traduction, i'ay amplifiée de plusieurs miennes expositions & inuentions, lesquelles (comme ie croy) ne seront point inutiles à ceux,qui se delectent de telles sciences. Ie vous suppliray donc,Mõseigneur, receuoir ce petit tesmoignage de ma bõne volonté,auec celle mesme douceur, qui vous a tousiours esté familiere enuers les hõmes studieux,lesquels vous auez accoustumé d'aymer fauoriser,& aduancer selõ leurs merites,à chacun

cun

cun honneſte moyen, qui ſe preſte opportunement: & en me faiſant ceſte faueur, Monſeigneur, vous m'obligerez & affectionnerez touſiours de plus en plus, à vous rendre toute ma vie l'humble obeiſſance, auec laquelle i'ay deliberé me mõſtrer entierement voſtre en tous les endroicts, ou il vous plaira me fauoriſer de tant, que de me commander. Ce pendant, Mõſeigneur, ie ſuppliray le Createur vous donner en parfaicte ſanté, & entiere proſperité, longue & heureuſe vie. De Paris, ce quatorziesme iour de Decembre, L'an Mil cinq cens ſoixante.

Voſtre treſ-humble & treſ-obeyſſant ſeruiteur,
P. Forcadel.

L'ARITHMETIQVE DE GEMME PHRISON, TRADVITE EN FRANCOIS PAR PIERRE FORCAdel de Beziers, professeur ordinaire des Mathematiques: & par luy illustrée de commentaires, contenans plusieurs inuentions nouuelles dudit Forcadel.

Le premiere partie est des especes d'Arithmetique.

PHRISON.

NOMBRER, est exprimer la valeur de tout nombre, qui est proposé, & aussi poser par ses caracteres tout nombre donné.

FORCADEL.

Nombrer, est non seulement cognoistre le nombre de 35,409. &c. mais aussi escrire les mesmes.

PHRISON.

Ie ne mets pas la Numeration entre les quatre especes de l'Arithmetique: par ce que tout ainsi qu'aux autres arts, aucuns elements precedent les reigles de l'art: ainsi ie pense qu'à bon droit la Numeration doit estre separée des especes de l'Arithmetique.

FORCADEL.

Les especes de l'Arithmetique sont en tout dix: c'est à sçauoir, la Numeration, l'Addition, Soustraction, la Multiplication, la Diuision, la Progreßion, l'Extraction des Racines, la Duplation, la Mediation, & la Duplation & Mediation. Desquelles les cinq premieres sont necessaires, pour l'intelligence des computations communes: & les autres, pour les autres computations Mathematiques, dont s'ensuit la figure.

Nombrer.

Adiouster. *Soustraire.*
Multiplier. *Partir.*
Progredir. *Extraire.*
Doubler. *Medier.*
Doubler & medier.

PHRISON.

Il y a deux choses principales, par lesquelles tant la numeratiõ que les especes qui s'ensuyuét sont paracheuées: c'est à sçauoir, les caracteres ou elemens, & leurs lieux.

Il y a 10 elemens, desquels les neuf sont significatifs, & l'autre, qui signifie rien, lequel par la coustume receuë de parler nous nommerõs ciphre, zero, rien, ou nulle, & s'escrit tout ainsi comme la lettre o, ou comme vn petit cercle: & les significatiues sont,

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

vn. deux. trois. quatre. cinq. six. sept. huict. neuf.

Telles figures, quand elles sont seules, obtiennent leur seule valeur: mais quãd elles sont accompaignées auec les autres, ou auec ciphre, elles s'augmentent d'vne infinité de sortes. Et tout cela se fait selon le changemẽt des lieux: tout ainsi que vulgairement on dit que les honneurs chãgent les meurs, aussi icy les lieux des figures augmentẽt, ou diminuent leur valeur.

Vn chacun donc de ces caracteres, posé au premier lieu, signifie soy mesmes simplement, c'est à dire, entant qu'il vaut de sa premiere imposition: cõme 6, six: 8, huict, &c. Nous nommõs le premier lieu au costé dextre, à fin qu'õ voye & croye que cest art a prins origine des Chaldées, ou des Hebrieux, lesquels escriuent en tel ordre. Au second

lieu,

lieu, qui s'ensuyt vers le costé senestre, chacun caractere signifie dix fois soymesmes: cõme 80, octante, 70, septante, &c. Au tiers lieu apres, chacune figure signifie cent fois elle mesmes: comme 800, huict cens: 600, six cens: 200, deux cens: & les ciphres en ces endroits icy occupent tant seulement les lieux.

FORCADEL.

Au second lieu vn chacun caractere signifie dix fois soymesmes, c'est à sçauoir, autant de racines, ou autant de dix: au troisiesme lieu cent fois soymesmes, c'est à dire, autant de quarrez de dix: & au quatriesme lieu, mil fois soymesmes, c'est à sçauoir, dix fois cent fois, c'est à dire, autant de cubes, de dix vnitez, &c.

PHRISON.

En ces trois premiers lieux dõcques, ie veux premierement qu'vn chacun studieux de cest art, soit exercé: car iceux cogneuz, facilemẽt il exprimera tout autre nombre, encores qu'il soit de beaucoup plus d'elemẽs ou figures: ce qu'il fera facilemẽt en ceste sorte. Diuise premierement le nõbre proposé, tirant vne ligne de trois figures en trois figures, cõmençant à dextre iusques à la fin, cõme 3, 554, 560, 782: & en contraire ordre, il te faut nõmer toutes les figures, qui ont vne ligne apres la derniere vers le costé senestre, selon la variation des figures & des lieux: en telle sorte, que la figure, prochaine à la ligne, soit nõmée simplement: c'est à sçauoir, nombre: la secõde, dixaine: & la troisiesme, centeine: tout ainsi comme si apres icelles il n'y auoit point d'autres figures. Mais adiouste à vne chacune separation autant de fois mil, comme il y a de lignes iusques au commencement. Et à fin que nous le facions selõ les Latins, apres la premiere ligne, il te cõuient dire milier: apres la seconde, milier de miliers: apres la troisiesme, mil miliers de miliers: & apres la quatriesme, mil fois miliers de miliers: & ainsi iusques en infinité. Mais apres la quatriesme ligne les Latins n'ont point de mot propre

pour la nommer : toutesfois nous auõs mieux aimé bailler les preceptes de l'art, que non pas de la langue Latine. Aussi vn chacun art a sa phrase & maniere de parler.

FORCADEL.

Les mots propres à la Numeratiõ, commençant à la premiere iusques à la derniere du nõbre, sont tels: vn, dix, cent, mil, dix mil cent mil, milion, dix milions, cent milions, mil milions, dix mil milions, cent mil milions, milion de milions, dix milions de milions, cent milions de milions, mil milions de milions, &c.

PHRISON.

Exemple. Posons le nombre suyuant pour d'iceluy exprimer la valeur 2 3 4 5 6 3 4 5 6 7 8. Il se doit premierement separer ainsi que nous auons dit, interposant des points ou lignes ainsi, 2 3,4 5 6, 3 4 5, 6 7 8: puis apres soit nommé tout le nombre auec les figures, qui sont entre les deux lignes en ceste sorte, vingt-trois mil miliers de miliers, quatre cens cinquante six miliers de miliers, trois cẽs quarante cinq miliers, six cens septante huict.

FORCADEL.

Il y a aussi en tout ledit nõbre vingt trois mil quatre cens cinquãte six miliõs, trois cens quarante-cinq mil, six cens septãte huict.

PHRISON.

Et icy se doit diligemment noter, que les deux figures prochaines à la ligne se prononcent selon que l'vsage de parler le requiert.

FORCADEL.

Elles, auec les trois apres, se doiuent nommer par vingt-trois mil quatre cens cinquante six miliers de miliers.

PHRISON.

Et apres ces choses bien entendues, il sera facile de poser quelque nombre, qui soit proposé par ses figures, en ayant egard tant aux figures, qu'aux lieux d'icelles. Ce que nous laissons à l'exercice de ceux, qui apprennent.

FOR-

FORCADEL.

Tout ainsi que les lieux s'entresuyuēt de dextre à senestre, aussi s'entresuyuent ils de senestre à dextre. Parquoy celuy, qui veut nōmer ou escrire quelque nombre, doit estre bien exercé à recognoistre les lieux tant d'vne part que d'autre, à celle fin qu'il nomme ou escriue tout ce, qui se doit nommer ou escrire: & que quād riē sera en quelque lieu, ne soit pas nommé: & quand il y entreuiendra, soit escrit. Et se doit tousiours tout nombre escrire de senestre à dextre, tout ainsi que de senestre à dextre il se nomme.

DE LA DIVISION DV NOMbre en ses especes, desquelles la cognoissance peut seruir de beaucoup à l'vsage qui s'ensuyt.

PHRISON.

LEs autheurs appellēt le Nombre, vne multitude d'vnitez mises ensemble. Parquoy l'vnité combien que souuentesfois elle soit prise pour nombre, toutesfois elle ne sera pas proprement nombre, mais commencement de tous nombres. FORCADEL.

L'vnité est prise souuentesfois pour nombre, par ce que potentialement par elle tous se signifient: comme 1 trois, 1 quatre, 1 dix, ou 1 dix-sept, &c. PHRISON.

Car tout ainsi que la ligne se tire par la distance de plusieurs poincts en longueur, aussi le nōbre est fait de beaucoup d'vnitez assemblées. Et se diuise, en simple, articulé, & cōposé. Nous nommons nombre simple, tout nombre qui est moindre à dix: & sont en tout neuf: c'est à sçauoir, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9: lesquels nous auōs appellez cy deuāt elemens significatifs. Le nōbre articulé, est tout nombre, qui se peut diuiser egalement en dixaines entieres: c'est à dire, tout nōbre, qui est fait de deux, ou plusieurs figures: desquelles la premiere à main dextre est ciphre, cōme 10, 20, 30, 60, 100, 600, 3000, 360, &c. & iceux nombres articulez sont infiniz. Le nombre composé, est

celuy

celuy qui prouient du ſimple & de l'articulé : & tels ſont tous les nõbres, qui s'eſcriuẽt par pluſieurs figures, dont la premiere n'eſt pas ciphre : exemple, 24, 91, 102, 132, 1003, & ainſi iuſques à infinité. Les Autheurs diuiſent auſsi le nõbre en pair, & impair : deſquels celuy peut eſtre diuiſé en deux parties egales: & l'autre, non. Ils ſe pourrõt faire pluſieurs autres diuiſiõs de nõbres: cõme en parfait, & imparfait, abõdãt, ou diminutif, en quarré, cube, ſourd, &c. en premier & nõ premier. Mais par ce qu'icelles diuiſiõs ne peuuẽt pas bonnemẽt eſtre entendues ſans la cognoiſſance des eſpeces qui s'enſuyuẽt, nous les auons plus commodement reſeruées chacune en ſon temps & lieu.

FORCADEL.

La cognoiſſance des nõbres pairs & impairs, parfaits & imparfaits, abõdans ou diminutifs, quarrez, cubes, premiers, & nõ premiers, &c. eſt tresfacile par leurs definitiõs. Mais le nõbre ſourd eſt le nõbre non exprimé: leq̃l multiplié, maintenãt par ſoy, maintenant par ſon quarré, & maintenãt par ſon cube, qui eſt autant cõme le quarré par le quarré, &c. fait le nõbre qui l'a fait nõ exprimé: leq̃l auſsi ſe nõme ſourd, au regard de celuy qu'il auoit fait: tout ainſi q̃ les deux premieres lignes d'Euclide en ſon dixieſme ſe nõment rationelles, par ce que potẽtialemẽt elles ſont rationelles.

DE L'ADDITION, PREMIERE ESPECE.

PHRISON.

IL y a quatre eſpeces d'Arithmetique, par leſq̃lles preſque toutes reigles & queſtions ſont parfaites. Nous appellons eſpeces, certaines manieres d'operer par les nombres: tout ainſi qu'en Dialectique les manieres d'argumẽter ſont cõprinſes ſous quatre eſpeces, c'eſt à ſçauoir, Syllogiſme, Induction, Enthimeme, & Exẽple. La premiere d'icelles eſt Additiõ, laquelle enſeigne à mettre pluſieurs nombres en vne ſomme: comme ſi tu fains auoir deſpendu en vn an 397. eſcus, & en vn autre 765: ceſt eſpece icy enſeig-

enseigne à mettre & assembler ces deux nombres en vne entiere somme.

FORCADEL.

Puis que 7 vnitez du premier an, auec 5 vnitez du second, font 12. c'est a sçauoir, vne dixaine & 2 d'auãtage: il faut laisser 2 au premier lieu, & adiouster 1 dixaine auec 9 du premier an: font 10: auql qui adiouste 6 du secõd an, font 16 dixaines, qui valẽt 1 cent & six dixaines de plus, par ce qu'en 16 il y a vne dixaine & 6 d'auantage. Doncques il faut laisser 6 au second lieu, & aiouster 1 cent auec 3 du premier an, font 4, & 7 du second an, font 11 cens, qui valent 1 milier & 1 cent, par ce qu'en 11 il y a vne dixaine, & 1 d'auantage. Parquoy 1 cent se doit poser par 1 au troisiesme lieu, & 1 milier par 1 au lieu suyuant, qui est le quatriesme, pour auoir pour la despense de deux ans 1162 escus.

PHRISON.

Mais il faut icy noter, que le plus grãd nõbre doit estre escrit dessus, & le plus petit dessous, en telle sorte, que la premiere figure du nombre dessous soit directemẽt escrite sous la premiere de celuy dessus, & la secõde droict sous la seconde, la tierce droict sous la tierce, & ainsi de toutes les autres: lesquelles estans ainsi disposées, soit tirée vne ligne au dessous, & en commençant à main dextre, il faut adiouster ensemble en vne somme toutes les figures du premier ordre ou lieu: & si icelle peut estre escrite d'vne seule figure, il la faut escrire sous toutes les figures posees au premier lieu: mais s'il la faut escrire p deux figures, celle vers la main dextre soit escrite, & garde l'autre en ta memoire, ou bien la note à part: ou (si tu aimes mieux) adiouste la auecques les figures qui sont au second lieu. Et de rechef ayant fait de toutes vne somme, s'il ne vient qu'vne figure, escris la dessous semblablement: & s'il y en auoit deux, escris la dextre, & adiouste la senestre à l'ordre d'apres: & en ceste sorte ne cesse d'operer, iusques à ce que tu ayes assemblé tous les ordres: & à la fin si le nombre vient

à estre

à estre escrit de deux, ou de plusieurs figures, qu'il soit escrit entieremẽt. Et en ceste maniere tu auras assemblé plusieurs nombres en vne somme, c'est à sçauoir, la derniere.

Exemple de deux nombres.

Les nombres à adiouster.	230456
	67821
La somme.	298277

Exemple de plusieurs nombres.

Les nombres à adiouster.	4320652	
	9308765	4
	3600321	4
	4308760	
	567891	
	22106389	

La declaration du second exemple. Tous les nombres du premier ordre font 9, ie l'escris dessous : & ceux du secõd ordre, c'est à scauoir 5, 6, 2, 6, 9, font 28. I'escris donc 8, & adiouste deux au tiers ordre qui ensuit: lesquels ensemble auec les autres font 33. I'escris 3, & adiouste 3, à l'ordre suyuant, qui tous ensemble font 26. I'escris 6 dessous, & adiouste deux au cinquiesme ordre, lesquels auec les autres font 10: parquoy i'escris 0: & adiouste l'vnité au sixiesme ordre, laquelle auec les autres fait 21: i'escris 1, & adiouste 2 au dernier ordre, lequel fait 22 : lesquels par ce qu'ils viennent à la fin, ie les escris entierement ainsi, 22106389.

La preuue de l'Addition.

Prens tous les nombres à adiouster, passant par toutes les figures, n'ayant aucunement egard à l'ordre d'icelles: & en ce faisant, quand ton nombre croist, oste 9, & adiouste le reste auec les autres iusques à ce que tu ayes passé par toutes : & note ce qui te demeurera, apres que tu auras ainsi amassé & deiecté tous les 9: car si tu as bien fait, vne semblable

blable figure demeurera, apres que tu auras ſemblablemẽt prins tous les nombres ou caracteres de la ſomme, & que tu en auras iecté 9 tãt de fois que tu pourras. Et ceſte preuue icy doit ſuffire à ceux qui apprennẽt: autremẽt on peut faire plus certainement la preuue par Souſtraction, eſpece ſuyuante. S'il aduient (laquelle choſe eſt bien rare) que en adiouſtant, il vint en quelque lieu trois figures: alors il faut eſcrire la premiere ſous la premiere, & la ſeconde ſoit adiouſtée au ſecond ordre, & la tierce au tiers. Mais en tels exemples on fera bien plus prudemment, ſi on partit l'operation en deux ou trois additions à part: & puis apres aſſembler icelles ſommes particulieres en vne.

FORCADEL.

	9279	
	389	
	479	
	599	10746
Les nombres	689	
à adiouſter.	779	
	899	
	989	3356
	679	
	299	
	189	
	97	
	96	1360
	112	
	105	
	53	
	9	
Somme	15462.	

Par ce que les nombres du premier lieu ſont 112, qui valent 11 dixaines & deux d'auantage: il fault poſer 2 au premier lieu, & adiouſter 11 auec les ſecondes, & font 116, eſt à ſçauoir, 11 dixaines & 6. Dõques 6 ſe doit poſer au ſecõd lieu, & 11 ſe doit adiouſter auec les troiſieſmes, & feront 64: & par ainſi 4 ſe doit poſer au troiſieſme lieu, & 6 ſe doit adiouſter auec la ſeule du quatrieſme, pour auoir 15: pour leſquels il fault poſer 5 au quatrieſme,, & 1 au cinquieſme lieu. Ainſi ſe voit que la fin de l'Addition eſt, chercher le tout par ſes parties.

DE SOVBLEVER OV SOVBſtraire, ſeconde eſpece.

PHRISON.

CEſte eſpece icy enſeigne à leuer vn nõbre d'vn autre, affin qu'on voye le reſte, ou l'exces des deux nõbres, tout au cõtraire de la precedente eſpece : comme ſi quelcun me doit de preſt 30263486 eſcus, & il m'a payé 465432, ie veux ſçauoir combiẽ il reſte encores à payer. Eſcris le plus petit nombre ſous le plus grãd, en ſorte qu'vne chacune des figures ſoit ſous vne chacune des autres, commençant à dextre en telle ſorte.

30263486
765432
29498054

En apres leue la premiere de l'ordre deſſous, de la premiere du deſſus: comme 2 de 6, reſtent 4, que tu eſcriras deſſous. Semblablement la ſeconde de la ſeconde: cõme 3 de 8, reſtent 5, que tu eſcriras deſſous, & pourſuis en ceſte ſorte iuſques a la fin. Et s'il y a deux figures de meſme valeur, nous eſcrirons ſous icelles o: comme en l'exemple propoſé au troiſieſme lieu. 4 de 4, reſte rien: & nous le'ſcrirõs par vn ciphre o. Mais ſi la figure deſſous ſurmõte de valeur de celle deſſus, cõme il aduient au quatrieſme lieu de noſtre exemple, là ou 5 ne peuuẽt pas eſtre leuez de 3: à toutes les fois que cela aduiẽt, il faut touſiours leuer la figure deſſous de 10, & adiouſter le reſte, qui en demeure, à la figure deſſus, & eſcrire la ſomme deſſous. Mais il faut diligemment preuoir de adiouſter l'vnité à la figure deſſous prochainement ſuyuãte: & faut ainſi pourſuyure iuſques à la fin, ſelon ces reigles icy. Et cecy ſe fait, pour autãt que, quand celle deſſus eſt moindre que celle deſſous, il

con-

conuient emprunter quelque chose du prochain lieu ensuyuāt, c'est à sçauoir, l'vnité, laqlle vaut dix au lieu proposé. Et par ainsi apres la soustractiō, il faut adiouster icelle vnité à l'ordre dessous ensuyuāt, à fin qu'elle soit leuée du dessus. Et par ce donc, qu'au quatriesme lieu de nostre exemple, 5 ne peuuent estre leuez de 3. ie les soustrais de 10, & restent 5, que i'adiouste au dessus, c'est à sçauoir, 3: & font 8, lesquels i'escris sous 3. Maintenāt i'adiouste 1 à l'ordre dessous suyuāt, ils font 7: lesquels de rechef doiuent estre leuez du dessus, c'est à sçauoir, de 6. Mais par ce que ie ne puis (d'autant qu'il est plus grād) ie soustrais 7 de 10, restent 3, lesquels ie adiouste à 6 qui est au dessus, font 9, lesquels i'escris dessous. Et de rechef par celle mesme cause i'adiouste 1 à l'ordre dessous ensuyuāt, font 8: lesquels, par-ce qu'ils excedēt le nōbre dessus, ie leue de dix, & restent 2: lesquels i'adiouste au nōbre dessus, font 4, que i'escris dessous. Mais maintenāt il me faudroit adiouster l'vnité à la figure suyuāte: mais il n'y en a point à l'ordre dessous, parquoy l'vnité, qui deuoit estre adioustée à l'ordre suyuant, doit estre leuée de l'ordre dessus, c'est à sçauoir 0: mais on ne pourroit oster quelque chose d'vn lieu ou il n'y a que rien: leue donc 1 de 10, restēt 9: lesquels adiouste au nombre dessus 0, restēt 9, que tu escriras dessous. Et de rechef il conuiēt adiouster l'vnité au dernier lieu dessous: laquelle estant leuée de 3, qui est le nombre dessus, restent 2, à escrire dessous.

FORCADEL.

Quand il aduient que la figure dessous ne se peut leuer de celle dessus, il la faut leuer de la dessus accōpaignée de 10 ensemble: cōme si 3 estant dessous se doit leuer de 2 estant dessus, il le faut leuer de 12: & si 8 se doit leuer de 0, il le faut leuer de 10: encores si 10 se doit leuer de 9, il le faut leuer de 19, &c. Dont s'ensuyt, q̃ l'vnité se doit adiouster au lieu dessous ensuyuant, par-ce que du lieu dessus ensuyuāt, il en faut leuer 1, cōme emprunté: & on

en veut leuer la figure dessous: on doit docques du lieu dessus leuer la figure dessous, la coptant 1 plus que n'est sa valeur. Et quad il est dit en la soustraction qui se doit faire au septiesme lieu, que l'vnité ne se peut leuer de 0: il se doit entendre actuellemét, par ce que potentialement elle se soustrait de 30.

Autre exemple.

60021039097	*Le nombre duquel.*
29039916	*Le nombre qui.*
59991999181	*Le restant.*

PHRISON.

Il faut noter, que s'il y a plusieurs nombres, qui doiuent estre soustraicts d'vn nombre, alors adiouste les premierement en vne somme par la reigle precedente, puis leue icelle somme du nombre proposé.

FORCADEL.

Et s'il aduient aussi, que le nombre, duquel on veut soustraire soit de plusieurs pieces: il les faut premierement mettre en vne somme, par addition.

La preuue de Soustraction.

PHRISON.

Adiouste le nõbre que tu as soustraict à la reste: & si tu as bié fait, le ꝑduit & la premiere somme serõt semblables.

FORCADEL.

Ou bien, soustrais la reste de tout le nombre: & si tu as bien fait, il restera les premieres parties soustraites: car le premier nõbre est prins pour vn tout. Et ce qui se leue, sont les parties: & la reste, les autres.

Vne autre maniere.

PHRISON.

Ou reiecte 9 du second & du troisiesme nombre, tãt de fois que tu pourras, n'ayant aucun egard à l'ordre ny au lieu: & garde la reste. Et semblablement reiecte 9. tãt de fois qu'il sera possible de la premiere somme à part: & ce qui restera, sera egal & semblable au nombre, qui est resté premierement.

DE

De Multiplication, troisiesme espece.

MVltiplier est, de la multiplication d'vn nõbre par vn autre, produire vn nõbre qui cõtiéne autãt de fois le multiplié, cõme le multipliãt l'vnité: c'est à dire: Multiplier, est augmenter ie ne sçay cõbien de fois, ou plusieurs fois, quelque nõbre qui soit: cõme multiplier 23 par 6, c'est mettre six fois 23 ensemble. Et par ce q̃ toute ceste espece icy depend de la multiplicatiõ des nõbres simples l'vn par l'autre, il sera bon deuãt toutes choses, d'enseigner la multiplication des nõbres simples. Si donc tu veux sçauoir combien font 8 multipliez par 9, ou 7 par 8, &c. Escris l'vn nombre simple sous l'autre, en ceste sorte.

simples.	distances.	simples.	distances.	simples.	distances.
9	1	8	2	6	4
8	2	7	3	7	3
7	2.	5	6.	4	2.

En apres escris à costé la distance de l'vn & de l'autre à 10: puis multiplie l'vne distãce par l'autre, c'est à dire, prõnõce l'vn aduerbialement auec l'autre: cõme deux fois 1, font 2: lesquels escris sous les distãces. Finalemẽt oste la distãce de l'vn en croix, de l'autre simple, & escris la reste sous les simples: cõme 2 de 9, ou 1 de 8, il reste 7, qu'il te faut escrire: par ainsi tu as trouué, que 8 fois 9, font 72. Vn autre exẽple. Ie veux sçauoir cõbien font 6 fois 7. Ie dis, 3 fois 4 font 12. Ie marque 2 sous les differences, en gardant l'vnité. Puis i'oste 3 de 6, ou 4 de 7: il reste 3, ausquels i'adiouste l'vnité que i'ay gardée, font 4. Ie trouue donc que six fois 7 font 42. Toutesfois ceste reigle icy te tromperoit, ou les deux simples ioincts ensemble, ne feroient plus de dix: mais en iceux il n'est pas besoin de reigle pour leur grande facilité.

Les nombres simples, qui se multiplient l'vn par l'autre, adioustez ensemble, font plus de dix, ou dix, ou moins de dix, & quelque nombre qu'ils facent, tousiours la reigle donnée a lieu, dont la demonstration est prinse de la 5ᵉ & 6ᵉ propositions du second liure d'Euclide. Toutesfois l'vsage d'icelle n'est pas exercé, si les deux nombres simples, qui se doiuent multiplier, font, adioustez ensemble, dix, ou moins de dix: par ce que s'ils font dix, celuy qui cherche, cherche tousiours vne mesme chose: & s'ils font moins de dix, celuy qui cherche, se trouue en plus grand peine, ou au trauail qui luy ameine la recherche de ce qu'il demandoit.

PHRISON.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
Les		4	6	8	10	12	14	16	18	2
nom			9	12	15	18	21	24	27	3
bres				16	20	24	28	32	36	4
quar					25	30	35	40	45	5
rez.						36	42	48	54	6
							49	56	63	7
								64	72	8
									81	9

L'vsage de la Table.

Par ceste table cy, tu te pourras beaucoup seruir pour quelque tẽps, iusques à ce que l'vsage t'ait deliuré de tel ennuy. Si donc tu cherches le plus grand des simples au premier ordre dessus, le moindre à costé dextre: le rencõtre des deux ordres demonstrera le nombre, qui vient du simple proposé, multiplié par l'autre.

Or

Or doncques quád tu voudras multiplier vn nombre, quel qu'il ſoit, par vn autre, eſcris l'vn & l'autre, en gardāt l'ordre, lequel nous auons enſeigné de garder en l'addition, en ſorte que le plus grand ſoit au lieu deſſus. Exemple: Ie veux reduire 267 iours en heures: c'eſt à dire, multiplier par 24: i'eſcris l'vn & l'autre en l'ordre que nous auons dit.

267	en la meſme ligne	267
24	ſous poſé	24

Cela fait, ie multiplie la premiere deſſous, c'eſt à ſçauoir, 4. par la premiere du deſſus, diſant, 4 fois 7, font 28: & par ce que ce nombre icy s'eſcrit par deux figures, i'eſcris la premiere, c'eſt à ſçauoir, 8, en gardant l'autre, tout ainſi qu'en addition: autrement s'il n'en fuſt venu qu'vne ſeule figure, ie l'euſſe eſcrite deſſous. En apres ie multiplie la meſme premiere deſſous 4, par la ſeconde du deſſus: ils font 24: auſquels i'adiouſte 2, que i'auois premierement gardez, font 26: d'eſquels i'eſcris la premiere, en gardant l'autre. Finalement ie multiplie la meſme premiere du nombre deſſous par la tierce du deſſus, font 8, auſquels i'adiouſte 2, que i'auois gardez, font 10, que i'eſcris entieremēt, par ce que mon operation eſt venuë iuſques à la fin. Laquelle choſe acheuée, la multiplication ſeroit parfaite, ſi le nombre deſſous n'eſtoit que d'vne ſeule figure: mais parce qu'il eſt de deux, ayant trêche ou efface la premiere auec l'autre, c'eſt à ſçauoir 2, cōmence de meſme ſorte, multipliant par chaſcune deſſus iuſques à la fin.

Le nombre, qui ſe doit multiplier.	267
Le multipliant	24
	1068
	534 adiouſté
Le produict	6408

Mais icy il conuient obseruer, que la premiere du nõbre produit, soit mise nõ pas sous la premiere du secõd, mais sous la seconde, par la multiplication de laquelle le nombre est produict : & les autres en apres soyent mises par ordre. Semblablement s'il y auoit trois, on bien plusieurs figures au nombre multipliant, il conuiendroit multiplier l'vne apres l'autre par toutes celles dessus : & commencer les nombres produicts sous leurs multipliantes, & les autres figures en apres, chacune en son ordre, comme il appert par exemples. Finalement les nõbres ainsi ordonnez, & produicts de la multiplication, doiuent estre adioustez en vne somme, non pas (comme il est dit en l'addition) adioustant la premiere auec la premiere, &c. mais vne chacune doit estre prinse en son lieu, sous lequel elle est mise: & la somme qui en prouiét, est appellée, nombre produict de la multiplication d'vn nombre par vn autre; cõme si vn capitaine ayãt 67083 soldats, doit payer à chacun 8 escus, on demande combien il luy faudroit d'argent. Il en vient cinq cens trente six mil, six cens soixante quatre escus.

67083 soldats.
8 escus d'vn chacun.

536664 escus de tous.

FORCADEL.

Par l'exemple precedent il se voit, que des deux nombres proposez en la multiplication, celuy qui a vn mesme nom auec le produict, est le multiplié.

PHRISON.

Encores il me plait de reduire 1536 ans, qui sont passez depuis la natiuité de nostre Seigneur en iours. Et parce qu'vn chacun an a 365 iours, excepté les ans de bissexte: ie multiplie 1536 par 365, ils produisent 560640 iours,

iours, outre les intercalares, lesquels pour le p̃sent nous delaissons.

1536 ans.
365 iours d'vn an.

7680
9216
4608

560640 tous les iours.

Aucunes abbreuiations de multiplication.

Quand tu voudras multiplier quelque nõbre par 10, prepose au nombre à multiplier o: comme 367 par 10, font 3670. Et si tu multiplies par 100, escris deux ciphres deuant: par mille, trois: & ainsi aux autres, par semblable raison, lá ou la derniere figure est l'vnité, & les autres ciphres. Que s'il aduenoit, qu'en iceux la derniere ne fust l'vnité, mais vne, ou bien plusieurs des simples significatiues, alors ayant reiecté les ciphres, qui sont tant au commencemẽt du nombre à multiplier, que du nombre multipliant, fais ton operation par les figures significatiues: & ta multiplication faite, escris deuant le produict tout autãt de ciphres, que tu en as reiecté de tous deux: cõme 3600 multipliez par 7200, ie reiecte quatre ciphres, en apres ie multiplie 36 par 72: il en vient 2592, ausquels prepose 4 ciphres, font 25920000. pour le vray produict.

36
72

72
252

25920000.

FORCADEL.

La reigle de multiplier prend sa cause tant de la numeration, que de la premiere proposition du second, & premiere du sixiesme liure d'Euclide: comme se voit par la multiplication de 20 par 3, c'est à sçauoir, deux dixaines par 3, qui font 6 dixaines, à sçauoir 60: & 400 par 4, c'est à sçauoir, quatre cens par 4, font 16 cens, qui font 1600, &c. Il se voit aussi, que 43 multipliez par 4, font 4 fois 3, & 4 fois 40, c'est à sçauoir, 172: car lá ou il y a 4 fois 43, il y a aussi quatre fois 40, & quatre fois 3: pareillemēt 43, 2, & 43, 2: aussi 43 deux, deux fois. En 57 fois 12, il y a 57 fois 3 quatres, ou 57 fois 4 trois & en 57 fois 49, il y a 57 fois 50, moins 1 fois 57, ou bien 57 fois 7 septaines: en 40 fois 30, il y a 4 fois 3 dix, dix fois: c'est à sçauoir, 4 fois 3 cens, qui valent 12 cens, & font par la numeration 1200, &c. Et tousiours lá ou il y a 43 quatres, il y a aussi 4 quarante trois: & 15 septaines font 7 quinzaines, par la 16e propositiō du septiesme liure d'Euclide.

La preuue de Multiplication.

PHRISON.

La preuue de Multiplication est faite par diuisiō, espece suyuante: car si tu diuises le produict de la multiplication des nombres par l'vn ou lautre des multiplians, il est necessaire que l'autre ou l'vn en vienne. Et ne te faut attendre autre maniere de preuue: car les autres sont vulgaires & faulses, n'ayant aucun fondement. Apprens donc la diuision, deuant que t'arrester à la preuue.

FORCADEL.

Toutes les sortes des preuues, qui se font tant aux especes precedentes, que suyuātes, sont tresuertaines, quand elles sont prinses entierement.

De du-

De Duplation & Mediation.

PHRISON.

AVcuns ont de couſtume de faire à part deux autres eſpeces, c'eſt à ſçauoir, duplatiõ & mediation, les ſeparans de multiplication & diuiſion. Ie ne ſçay quelle choſe a emeu tels fols, comme ainſi ſoit que la diffinitiõ & operation ſoit ſemblable. Car doubler, eſt multiplier par deux: & medier, eſt partir par deux. Que ſi ainſi eſtoit, que ces operations fuſſent ſeparées, nous trouuerions d'eſpeces infinies, comme triplation, quadruplatiõ, &c. mais c'eſt aſſez parlé d'icelles.

De Diuiſion, quatrieſme eſpece.

DIuiſer, eſt partir quelque nombre en tant de parties qu'on veut. Ce que aucuns diffiniſſent en ceſte ſorte: Diuiſer, eſt produire vn nõbre, qui contient autant de fois l'vnité, comme le nombre à diuiſer contient le diuiſeur: car le nombre propoſé, que voulõs partir, nous l'appellons le nombre à diuiſer: & celuy, que par leql la diuiſion ſe doit parfaire, eſt appellé diuiſeur. C'eſt celuy qui demõſtre les parties, eſqlles nous voulõs diuiſer l'autre: cõme, diuiſer 24 par 6, c'eſt coupper 24 en ſix parties. Icy 24 ſera appellé nõbre à diuiſer: 6, le diuiſeur: & 4, le produict, on nombre produict. La pratique. Eſcris le nõbre à diuiſer par ſes caracteres au lieu deſſus: & le diuiſeur, au deſſous de luy, tout au cõtraire ordre, q̃ nous auons enſeigné iuſques icy: en mettant la derniere figure ſous la derniere, la penultime ſous la penultime, & les autres en ſemblable ordre, en commençant à ſeneſtre.

Le premier exemple.

8628

28 Le partiteur.

Toutesfois ſi la derniere figure du diuiſeur, ou du nõbre deſſous excede la derniere du nombre à diuiſer: tu

mettras la derniere du diuiseur sous la penultime du nombre à duiser, & les autres (si aucunes en y a) selon leur ordre.

Autre Exemple.

8628

92 Le partiteur.

Tout cela faict, voy combien de fois le diuiseur est contenu au nombre escrit dessus. Laquelle chose affin qu'elle soit faite plus facilement, quand le diuiseur est de deux ou plusieurs figures, tu feras la question non pas de tout le diuiseur, mais tant seulemẽt de la figure senestre: comme s'il falloit diuiser 43656 escus à 72 hommes: premierement ie ne mets pas 7 sous 4, par-ce que la derniere du diuiseur, c'est à sçauoir, 7, est plus grande que la derniere du nombre à diuiser, c'est à sçauoir, 4: mais ie le mets sous 3, & 2 sous l'autre ensuyuant. Maintenant il faut sçauoir, combien de fois 72 est en 433: car c'est le nombre qui est escrit dessus. Ce que pour faire facilement, ie dis combien de fois 7 est en 43, c'est à sçauoir, le nombre qui est escrit dessus. Et par-ce que ie trouue qu'il y est contenu 6 fois, i'escris 6 à main dextre apres vne ligne courbe, ou en façon de croissant. Ie multiplie icelle par tout le diuiseur: il en vient 432, qu'il faut escrire sous le diuiseur, mettant la premiere sous la premiere du diuiseur, & les autres en apres par ordre: puis apres ie leue iceluy mesme nombre du nõbre à diuiser qui est dessus, & ie note la reste sur iceluy mesme diuiseur: comme il appert en cest exemple.

001

433656 (6

72 diuiseur.

432

Ceste icy doncques est vne operation de diuision: laquelle si tu as bien entendue, il n'y a rien, qui te puisse retar-

tarder en tout le reste de la diuisiō. Mais il faut, qu'apres vne chacune operation faite en telle sorte, il reste vn plus petit nombre sur le diuiseur, que n'est le diuiseur mesme.

F O R C A D E L.

Il est certain, que s'il reste vn nombre egal au partiteur, le produict doit estre d'vn plus : & si la reste contient deux fois le partiteur, le produict doit estre de deux plus, &c. Ce qui nous enseigne, que l'essay de la figure, qui doit estre mise au produict, se doit plustost faire pour le plus, que pour le moins.

P H R I S O N.

Ayant donc fait vne telle operation, s'il reste plusieurs figures au nōbre à diuiser vers dextre, desquelles on n'ayt point fait la soustractiō: chāge le diuiseur d'vn lieu ensuyuant vers la dextre, en sorte que la derniere du diuiseur, obtienne le lieu, qu'au parauant obtenoit la penultime : ou pour faire plus brefuemēt, qu'vne chacune figure soit auancée d'vn lieu vers la main dextre.

1
4336 5 6 (6
72

En apres soit de rechef cherché combien de fois le diuiseur est contenu au nombre escrit dessus, faisant comme au parauant la question de la derniere figure du diuiseur: & iceluy nombre soit escrit apres la premiere figure à dextre laquelle nous auons commandé estre mise dedans la ligne lunaire : laquelle aussi soit multipliée par le diuiseur, & le nombre produict soit leué du nombre dessus, non autrement que nous auons dit au parauant. Et faut ainsi poursuyure en tel ordre & telle maniere, en diuisant, multipliāt, & leuant, iusques à ce que la premiere du diuiseur soit paruenue à la premiere du nōbre à diuiser: sous laquelle ayant ainsi fait l'aduancemēt, apres auoir fait la soustraction, l'operation de la diuision cessera: & le nombre contenu apres la ligne lunaire, monstrera

con-

combien de fois le Diuiſeur a eſté nombre au nombre à diuiſer. Dont eſt venu, que ce nombre icy a eſté appellé des vulgaires quotiẽt. Mais il faut icy noter, que ſi, apres qu'on aura trãſpoſé le diuiſeur, ne peut eſtre en ce lieu lá aucunement contenu au nombre à diuiſer eſcrit deſſus, (ce qui ſe fait, quand il eſt plus petit) alors il faut eſcrire ciphre apres la ligne courbe, ou (comme aucuns diſent) au quotient, & puis tranſpoſer de rechef le diuiſeur au prochain lieu apres, & faire en iceluy comme parauãt eſt dit. Comme en l'exemple deuant eſcrit, apres que le diuiſeur a eſté tranſpoſé, nous cherchons combien de fois 72 eſt en 16, ou bien, combien de fois 7 en 1 qui eſt eſcrit deſſus: & par-ce qu'il n'y eſt pas vne fois, i'eſcris ciphre apres 6 au quotient.

```
        0 0 1
      4 3 3 6 5 6      (6 0
            7 2
```

Et de rechef ayant tranſpoſé le diuiſeur, ie cherche combien 7 eſt en 16: & parce qu'il y eſt deux fois, i'eſcris 2 auec les autres figures miſes apres la ligne lunaire, ayant faite la multiplication & ſouſtraction.

```
        0 0 1 2 1
      4 3 3 6 5 6      (6 0 2
              2 7
            1 4 4
```

Et de rechef ayant tranſpoſé le diuiſeur, ie cherche cõbien de fois 7 eſt en 21. I'eſcris 3 auec les autres figures du quotient: & ayant fait la multiplication & ſouſtraction, il reſte rien.

```
        0 0 1 2 1
      4 3 3 6 5 6      (6 0 2 3
              7 2
            2 1 6
```

Mais

Mais cecy ne doit pas eſtre paſſé, que ſi ce pendant il aduient, que de la multiplicatiõ du nombre ſimple, qui eſt eſcrit apres la ligne lunaire , par le diuiſeur il en viene plus qu'il n'y a eſcrit deſſus le diuiſeur: alors il faut effacer iceluy nombre ſimple , & en eſcrire vn autre moindre de l'vnité:& doit on faire cela,iuſques à ce que de la multiplication il en vienne vn nombre moindre que celuy deſſus,ou egal. Comme ſi ie veux diuiſer 200 eſcus par 38,ie cherche cõbien de fois 3 eſt en 20,i'eſcris premierement 6.Mais par ce que ſix fois 38,c'eſt à ſçauoir 228, valent plus que 200: ayant effacé 6, ie mets 5 en leur lieu, leſquels multipliez par 38, font 190. Ie leue donc ce nombre icy de celuy de deſſus, par ce qu'il eſt moindre que luy,en eſcriuant le reſte deſſus:& faut paracheuer le ſurplus , comme nous auons dit parauant.

10
200 (65
38
228
190

Si donques il reſte rien apres vne telle diuiſion , cela monſtre que la partition a eſte faite entierement : mais s'il reſte quelque choſe , eſcris le ſur le diuiſeur apres le nombre quotiét,ayant mis vne ligne entre deux. Comme ſi ie diuiſe 125 par 6,reſteront 5,leſquels ie note en ceſte ſorte apres le nombre produict, 20$\frac{5}{6}$:& ce que ſignifie tel nombre,il ſera dict aux fractions .

125 (20 $\frac{5}{6}$
66

Pour parfaire entierement vne diuiſion, alors qu'il reſte quelque choſe, comme en la precedẽte, là ou il reſte 5 à partir par 6: il faut faire de chacun vn, ſix parties, en multipliant 5 par 6 ,

& on

& on aura 30 parties, c'est à sçauoir, sixiesmes: lesquelles, en diuisant 30 par 6, font 5 parties pour chacun des 6, c'est à sçauoir 5 sixiesmes parties: que l'on pose ainsi: $\frac{5}{6}$. Et pour exprimer leur valeur, tousiours ce, qui est sur la la ligne, se pronõce tel qu'il est, c'est à sçauoir, 5: & ce, qui est sous la ligne aussi, y adioustant, iesmes, c'est à sçauoir, sixiesmes. Et par-ce que 5 des 5 parties est tousiours egal à 5 vnitez restées, on tire apres le cõbien, vne ligne, & dessus on pose vn nombre egal au nombre resté: mais on l'assubiettist au partiteur, posant iceluy partiteur sous la ligne. Ou bien, par ce qu'il me reste 5 à partir à 6, ie diray que, s'il me restoit 1 tant seulemẽt, d'iceluy i'en ferois 6 pieces, à cause que 6 est partiteur: & à chacun vn des 6, i'en donnerois vne piece, c'est à sçauoir, vne sixiesme partie: & par ainsi de 5 i'en donneray 5 sixiesmes parties. Tout cela se fait, quãd les deux nombres, tant celuy qui reste, que le partiteur, n'ont point vn cõmun nombre qui les mesure. Que s'il aduenoit qu'ilz se puissent partir par vn troisiesme, alors il les faudroit partir l'vn apres l'autre par iceluy, & des quotiens faire comme deuant: car ilz obserueront vne mesme raison auec les deux diuisez par la 15e proposition du cinquiesme liure d'Euclide. Comme, ie pose qu'en diuisant quelque nõbre par 8, il me soit resté 6: & par-ce q̃ 6 & 8 se peuuent partir par 2, ie les diuise par 2, font 3 & 4, par lesquels ie voy 3 deux & 4 deux, c'est à sçauoir, tousiours mon 6 & mon 8, mon 3 & 4, par les vnziesme & quinsiesme propositions dudict cinquiesme. Et par ainsi ie partiray 3 en 4, comme dessus, & i'auray $\frac{3}{4}$, cest à sçauoir, 3 quatriesmes. Mais pour trouuer le nombre qui diuise les deux autres, telz que voudras, si aucun en y a, tu partiras le plus grãd par le moindre, & le partiteur par la reste, iusques à ce qu'il reste rien: & quand il reste rien, cela monstre que le partiteur d'vne telle diuision est la mesure des deux premiers nombres proposez. Cela se fait par la seconde proposition du septiesme liure d'Euclide. Dont s'ensuyt qu'ẽ diuisant le plus grand par le moindre, s'il reste rien à la premiere diuision, le plus petit nombre mesure tous les deux: & alors il en vien-

en viendra 1 ſur la ligne, & le combien deſſous: & quand il reſte 1 en partant le plus grand par le moindre, en quelque diuiſion qu'il ſoit: alors par la premiere dudit 7e, ils n'ont que l'vnité, qui les meſure: car ils ſont premiers entr'eux.

PHRISON.

Prens donc vn tel exemple. Ils ſont propoſez *7336268* iours: on demande cõbien ils ſont d'ans Egyptiens. Ie diuiſe le nombre propoſé par *365* iours, qui ſont en vn an: il en vient *20099* ans & *133* iours. Et regarde bien diligẽment l'operation, laquelle nous auons icy eſcrite.

```
      1
    3 73
    9 47
   11  813
   7336268 (20099 ans 133 iours.
   3655555
    36666
     333
```

Aucunes abbreuiations de Diuiſion.

Quand tu voudras diuiſer quelque nõbre que ce ſoit par 10, couppe vne ſeule figure: & icelle eſtãt la premiere à main dextre, les autres figures monſtreront le produict: & celle qui eſt oſtée, monſtre le reſidu. Cõme *2708* diuiſez par 10, il en vient *370*, & reſtent 8. Semblablement en diuiſant par 100, oſte les deux premiers à dextre, comme reſtantes: par mil, trois: par 10000, quatre: & ainſi en apres tant qu'on voudra, ſi la derniere eſt l'vnité: les autres, chiphres.

FORCADEL.

Celuy qui me fait partir q̃que nõbre que ce ſoit, eſtãt dix ou plus par dix, il me demande combien il y a de dixaines in iceluy: & parce que la numeration des dixaines commence au ſecond lieu, ie couppe le premier. Et le nõbre de 100, ou plus, eſtãt party par 100, il en vient ce qui ſe mõſtre par les deux premieres couppées:

par ce

par-ce que la numeration commence au troisiesme lieu, & tousiours les figures couppées monstrent la reste de la diuision, &c. Quand donc quelcun me demande le quotient de quelque nõbre diuisé par 20, il me demande combien de 2 dixaines il y a en iceluy: & par-ce que la numeration des dixaines cõmence au second lieu, ie couppe le premier lieu, ou la premiere estãt en iceluy, & diuise les autres par 2, mais ce qui reste, se doit partir par 20, &c. Aussi celuy, qui me fait partir quelque nombre par 12, il me demande combien il y a de 3 quatres, ou de 4 trois: parquoy ie le diuise par 4, & ce qu'en vient, par 3: ou bien, par 3, & ce qui en vient, par 4, &c.

La preuue.

PHRISON.

Si tu veux experimenter si la chose est bien faite, ou non: multiplie le nombre produict, ou (comme aucuns l'appellent) le quotient par le diuiseur: & s'il reste quelque chose apres la diuision faite, adiouste le à la somme: & si on a bien fait, il en viendra le nombre à diuiser.

FORCADEL.

En toute entiere diuision il reste tousiours rien: parquoy qui multiplie le quotient, ou combien par le partiteur, il en vient (ayant bien party) le nombre à diuiser.

De Mediation, ou Partition, ou bien Section par deux.

PHRISON.

LA diffinition de mediation monstre l'operation: car c'est vne partition par deux. Parquoy ie n'en mettray icy autre chose, que l'exemple.

Mediation.		Abbreuiation.
1 1 1		43672136 par 2
43672136	(21836018	21836068
22222222		

Ce sont

Ce sont icy doncques les quatre especes d'Arithmetique, par lesquelles tout ce qui sera dit cy apres, sera fait: ou toutes choses, qui se peuuent faire par les nõbres, sont parfaites. Parquoy quiconques tu sois, apprens les deuãt toutes choses.

DE PROGRESSION.

PHRISON.

L'Vsage de Progression en ce lieu, n'est pas autre chose qu'vne abbreuiation d'Addition. Elle est d'vne tresgrande vtilité, tant en diuerses questions, & mesmement pour les considerations Geometriques, là ou plusieurs regles sont faites par la nature des progressions.

FORCADEL.

L'vsage des Progressions est experimẽté en l'Algebre, comme se void en icelle que l'vnité & la ligne sont en mesme lieu, 2, & le quarré de ladite ligne sont en vn lieu mesme, & 3 & le cube de la mesme ligne sont au troisiesme lieu, &c.

PHRISON.

Mais ayant egard à nostre entreprise, nous en parlerõs le plus briefuemẽt qu'il sera possible. Progression ordonnée donc, se nomme vn ordre continué de plusieurs nombres: & elle sera ordonnée, si les nombres s'augmentent entr'eux par ordre egalement: cõme, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, &c. ou 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12: & aussi, 2, 4, 6, 8, 10: & encores, 5, 8, 11, 14, 17. Et telle progressiõ est nõmée Arithmetique. Mais s'ils marchent par semblable proportion ou raison de nombre, c'est à dire, que celuy, q vient apres le prochain precedent, le contienne autant de fois que le second contient le premier: alors vne telle progression est appellée Geometrique: cõme, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192. Car en ce lieu icy vn chacun nõbre contiẽt deux fois son prochain precedent: & à celle qui s'ensuyt, quatre: 1, 4, 16, 64, 256, 1024.

En toute progreßion Arithmetique, de premiere entrée, il y cõ uient considerer quatre nõbres, c'est à sçauoir, le premier, l'excés, le dernier, & le nombre des nõbres, c'est à dire, le nõbre par leq̃l on sçait combien y a de nombres en la progreßion. Et d'iceux les trois estãs cogneuz en ayãt egard à leurs lieux, & cõme ils sont faits, on aura la cognoissãce du quatriesme, en la sorte q̃ s'ensuit.

De la cognoissance du nombre des nombres par les trois autres.

Si d'vne progreßion Arithmetique le premier nõbre est 3, l'excés 5, & le dernier 48, le nombre des nõbres sera 10: parce que le premier soustraict du dernier, il reste 45 pour les vnitez des excés: & parce que l'excés est 5, il faut partir 45 par 5, il en vient 9, qui veult dire qu'il y a 9 nõbres en la progreßion sans le premier (parce que l'excés commence au second) il y a doncques en tout, 10 nombres: & de là s'ensuit que si la progreßion Arithmetique est naturelle, c'est à sçauoir, quelle commence à 1, & augmente d'vn, le nombre des nombres sera egal au dernier.

De la cognoissance du dernier nombre par les trois autres.

Si d'vne progreßion Arithmetique le premier nombre est 3, l'excés 4, & le nombre des nombres 16, le dernier nõbre sera 63: parce que l'excés commençant au second, il y a 15 nombres sans le premier, c'est à sçauoir, 15 exces, qui sont 15 fois 4, c'est 60: ausquels qui adiouste 3, sont 63 pour le dernier nombre. Et de là s'en suit comme dessus, qu'en la progreßion naturelle Arithmetique, le dernier nombre est egal au nombre des nombres.

De la cognoissance de l'excés par les trois autres.

Si d'vne progreßion Arithmetique le premier nombre est 4, le dernier 64, & le nombre des nombres 11, l'excés sera 6: parce que de 64 qui en leue 4, il reste 60, pour les vnitez des excés. Et parce qu'il y a 11 nombres il n'y a que 10 excés. Doncques si 60 se diuise par 10, il en vient 6 pour l'excés.

De la cognoissance du premier par les trois autres.

Si d'vne progreßion Arithmetique l'excés est 8, le dernier nõbre 86, & le nombre des nombres 11, le premier nombre sera 6: parce que s'il y a 11 nombres en la progreßion, il y a 10 excés. Doncques 10 multipliez par 8, font 80 : lequel soustraict de 86, il reste 6 pour le premier nombre.

Encores en toute progreßion Arithmetique, il faut considerer quatre nombres, c'est à sçauoir, le premier, le dernier, le nombre des nombres, & la somme de tous, & que d'iceux les trois estans cogneuz, on trouue facilement le quatriesme en ceste sorte.

De la cognoissance de la somme de toute la progreßion par les trois autres.

Premierement on doit noter, que de toute progreßion Arithmetique de trois nõbres, les deux extremes sont doubles au milieu: parce que d'autant que le plus grãd est plus grand que le milieu, d'autãt le plus petit en est moindre. Et si la progreßion est de quatre nombres, les deux extremes sont egaux aux deux autres: parce que d'autant que l'vn des premiers est moindre que l'autre, d'autãt außi l'vn des plus grands est plus grand que l'autre. Brief en toute progreßion Arithmetique, tousiours les deux extremes sont egaux aux deux autres, q leur sont pchains, si point en y a: & doubles au milieu, s'il y est: car les deux extremes sont egaux à leurs prochains, & les autres prochains à iceux, ou le double du milieu à iceux. Par ainsi donc tous les deux nombres d'vne progreßion font le nombre egal aux deux extremes adioustez ensemble par la premiere commune sentence du premier liure d'Euclide, & l'vn portant l'autre est egal à la moitie de la somme des deux extremes. Dont s'ensuit, que voulant sçauoir combien font tous les nombres d'vne progreßion Arithmetique adioustez ensemble, sçachant quel est le premier nombre combiẽ, le dernier & le nombre des nombres: on adiouste le premier & dernier, & puis on multiplie ce qui en vient par autant de deux, qu'il y a au nombre des nombres, & le produict est la somme de tous les nom-

bres de la progreßion: ou bien on prend la moitié des deux extremes ensemble (car autãt fait l'vn nombre portant l'autre) & le combien se doit multiplier par autant de nombres qu'il y a en la progreßion, pour auoir la somme de tous. Dont s'ensuit, qu'õ garde le nombre des nombres, & le nombre des deux extremes & puis on multiplie la moitié de l'vn par l'autre, ou l'autre par la moitié de l'vn: car autant fait l'vn produict que l'autre, par la 19e proposition du 7e liure d'Euclide, & außi par la demonstration, par laquelle on sçait le contenu d'vn triangle rectangle, en laquelle on diuise l'vn des costez d'iceluy par le milieu: qui peut estre außi prise des 36e & 42e propositiõs du premier liure d'Euclide. Si doncques d'vne progreßion Arithmetique, le premier nombre est 3, le dernier 47, & le nombre des nombres 8: par-ce que 47 & 3, (c'est à sçauoir, tous les deux nombres) font 50, & l'vn portant l'autre 25, la moitié de 8 estant 4, si on multiplie 25 par 8, ou 50 par 4, puis que la raison de 50 à 25 est telle, qu'est de 8 à 4, par la 15e proposition de la cinqiesme liure d'Euclide, & par la changée proportionalité 16e proposition du mesme, il en vient par celle du septiesme nommée, 200 pour la somme de tous les nombres de la progreßion.

De la cognoissance du nombre des nombres par les trois autres.

Si d'vne progreßion Arithmetique le premier nombre est 5, le dernier 47, & la somme de tous les nombres de la progreßion est 208: le nombre des nombres sera 8: par ce que 47 & 5 font 52, & 208: diuisez par 52 font 4, dont le double est 8, pour le nombre des nombres: ou bien, par-ce que la moitié de 52, est 26, si 208 sont partiz par 26, il en vient 8, pour ledit nombre de nombres. La somme cogneuë doncques, estant diuisée par les deux autres ensemble, ou par la moitié: en l'vn, le double du combiẽ: & en l'autre, le combien, est le nombre des nombres.

De la cognoissance du dernier nombre par les trois autres.

Si d'vne progreßion Arithmetique le premier nombre est 4, le

4, le nombre des nombres 7, & la somme de tous les nombres 98: le dernier nombre sera 24: par-ce que 98 diuisez par 7, font 14 pour chacun des nombres de la progreßion: dont le double est 28, pour les deux extremes: duquel qui en leue 4, qui est le premier, il reste 24 pour le dernier nõbre: ou bien, qui partist 98 par 3 ½, qui est autant cõme le double de 98, c'est à sçauoir, 196 par 7, il trouue 28 pour les deux extremes: duquel qui en leue 4, il reste tousiours 24. car le double de 98 à 7, a la mesme raison de 98 à la moitié de 7, par la quinziesme du cinquiesme.

De la cognoissance du premier nombre par les trois autres.

Si d'vne progreßion Arithmetique le dernier nombre est 63, le nombre des nombres 6, & la somme de tous 210: le premier nombre sera 7: car 210 diuisez par 6, font 35, dont le double est 70: duquel qui en leue 63, qui est le dernier, il reste 7 pour le premier nombre: ou bien, qui diuise 210 par 3, la moitié de 6, il en viẽt 70 pour tous les deux: duquel qui soustraict 63, il reste tousiours 7. Et ce sont les 8 premiers aduisemens, par lesquels tout ce, qui se fait par les progreßions Arithmetiques, est manifesté.

PHRISON.

En la progresion Arithmetique, la somme de tous les nombres est assemblée par abbreuiation. Ainsi, premierement regarde combien il y a de nombres à adiouster, & note iceluy nõbre: & apres, adiouste le premier de la progresion au dernier, & semblablemẽt note icelle somme. Or multiplie la moitié de l'vn des nombres par l'autre, & en viẽdra la somme de tous: cõme 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46, Icy il y a 11 nõbres, desquels le premier auec le dernier, c'est à sçauoir, 6 auec 46, font 52. Ie multiplie *11* par la moitié d'iceluy, c'est à sçauoir, par 26: il produict *286*, & ceste est la somme de tous. Encores 3, *6, 9, 12, 15, 18, 21, 24*. Il y a icy 8 nombres en la progresion: le premier auec le dernier font 27, lesquelles ie multiplie par 4, c'est à sçauoir, la moitié de l'autre nombre

il en vient, pour la somme de tous, 108.

Le dernier de la progresſion, ſe peut auſsi cognoiſtre, ſans les moyens, en ceſte ſorte. Ie veux aſſembler la ſomme de 100 nombres augmentez de 3, en commençant à 10, on cherche la ſomme.

FORCADEL.

Nous auons monſtré, que pour auoir la ſomme de quelque progreßion Arithmetique, il faut cognoiſtre d'icelle progreßiō le premier & le dernier, & puis apres le nombre des nombres. Icy nous auōs tant ſeulement le premier & le nombre des nombres. Parquoy auant toutes choſes il faut trouuer le dernier nombre par le moyen du premier, de l'excés, & du nombre des nombres: ainſi qu'il eſt dit cy deſſus.

PHRISON.

Puis donques que le premier eſt 10, les autres 99 nōbres croiſſent par l'addition de 3. Multiplie donc 99 par 3, font 297: leſquels adiouſte au premier, font 307. Ceſtuy eſt le dernier nombre de la progreſsion. Adiouſte le donc au premier, font 317: lequel nombre multiplié par la moitie de tous les nombres, c'eſt à ſçauoir, par 50, il en vient 15850, qui eſt la ſomme de 100 nombres augmētez par le nombre de 3, le cōmencement eſtant fait à 10. Et au contraire, le premier nōbre de la progreſsion eſtant donné, & ſemblablement le dernier, & encores l'excés eſtant cogneu, on pourra aſſembler la multitude des nombres conſtituans la progreſsion en ceſte ſorte.

FORCADEL.

Icy par le premier, par l'excés, & par le dernier nombre eſtās donnez, on trouue le nombre des nombres: puis apres, la ſomme de tous, comme il eſt dit.

PHRISON.

Leue le premier du dernier, & partis le reſte par l'excés. Vne telle operation monſtre, combien il y a de nombres en la progreſsion, ſans le premier. Cōme en l'exēple prece-

precedent, soit 10 le premier de la progreßiõ, 307 le dernier, & 3 l'excés. Leue 10 de 307, il reste 297: lesquels diuise par 3, il en vient 99. & tant sont de nombres en la progreßion, sans le premier: parquoy tous serõt 100. Et venant maintenant à la progreßion Geometrique, nous assemblerons la somme de plusieurs nõbres precedens auec quelque proportiõ, c'est à dire, qui sont produits par vne multiplication continue d'vn nõbre. Multiplie dõc le dernier de la progreßion par celuy, par lequel les autres sont procreéz en multipliant, & duquel la proportion de la progreßion prend son nom: & leue de ce produict le premier nombre de la progreßion: en apres partis le reste par le nombre moindre de l'vnité, que celuy, par lequel tu as multiplié: par ce moyen on aura la somme de tous. Comme 2, 6, 18, 54, 162, 486, 1458, 4374, 13122 multiplie le dernier de tous par 3 (ainsi que tu vois les autres multipliez) font 39366: d'iceluy leue le premier, restent 39364: partis ce nombre par 2, qui est le nombre moindre de l'vnité que 3: la somme donc de tous est 19682. En la proportion double il n'est pas besoin de partir, car l'vnité ne diuise point.

FORCADEL.

Quand vn nombre est multiplié par 2, il est certain, que le produict contient le nombre multiplié vne fois, & le nõbre multiplié d'auantage: & si le produict est multiplié par deux, le nombre qui en vient, contient vne fois le produict, vne fois le premier, & le premier d'auantage. Bref, si la multiplication se cõtinue par 2, tousiours le dernier produict contiendra tous les autres, & le premier multiplié, vne fois, & le premier d'auantage. Dont s'ensuyt que voulant assembler en vne somme tous les nombres d'vne progreßion Geometrique double, c'est à dire, continuée par 2, on double le dernier de la progreßion en leuant le premier du produict: & ce qui reste est la somme de tous les nombres de la progreßiõ. De là s'ensuyt que si la progreßiõ est triple, parce que par mesme

cause le dernier produict contient tous les autres, & le premier multiplié 2 fois, & d'auantage le premier multiplié, on multiplie le dernier par 3, en leuant le premier du produict: & ce qui rele, party par 2, fait la somme de tous. Doncques si la progreßiõ s'est continuée par 5, le dernier nombre se doit multiplier par 5: & du produict il en faut leuer le premier, puis partir ce qui reste par 4, &c. faisant tousiours la diuision par vn moins du nõbre, qui multiplie. Ceste reigle a außi prins sa cause de la trente-cinqiesme proposition du neufiesme liure d'Euclide: car voulant sçauoir cõbien font ensemble tous les nombres d'vne progreßion Geometrique, on prend le nombre qui s'ensuyuroit apres le dernier: duquel ayant soustraict le premier, ce qui reste a vne telle raison à tous les nõbres de la progreßion, comme la reste du second au premier: apres auoir außi leué le premier du second, telle partie, ou telles parties dõcques, qu'est le premier au regard de la reste du secõd, telles sont tous les autres nombres de la progreßiõ au regard du produict, duquel on a leué le premier. Si dõcques le second est double au premier, le premier sera egal à la reste: & s'il est triple, la reste sera double au premier: si sextuple, la reste du second sera quintuple au premier: & par ainsi l'autre reste diuisé par 5, sera la somme de tous les nõbres de la ꝑgression adioustez ensemble.

PHRISON.

Et par-ce qu'il est ennuyeux de produire tous iceux nõbres de la progreßion, par multiplication, iusques au dernier: ie mettray icy vne abbreuiation, pour le soulagement d'vn tel affaire.

Premieremẽt multiplie par ordre aucuns nombres de la progreßion, lesquels estans ainsi disposez par ordre, escris au dessous les nombres de l'ordre naturel, commençant sous le second, & sous le premier escris 0: comme tu vois noté en l'exemple.

3.	9.	27.	81.	243.	729.
0.	1.	2.	3.	4.	5.

Par

Par ceux icy qui sont biẽ peu, on pourroit briefuemẽt ꝓgredir quasi iusques a infinité. Car si tu multiplies deux de ces nombres icy, lesquels que tu voudras ensemble, & tu diuises le produict par le premier, il en viendra le nombre qui doit estre mis au lieu, que monstrẽt les deux nombres escrits sous les nõbres multipliez, adioustez ensemble. Comme si tu multiplies 729 par 243, il en vient 177147: lesquels diuisez par le premier, c'est à sçauoir, 3, font 59049. C'est le nombre qui doit estre mis au neufiesme lieu, au mesme ordre que sont les nombres escrits dessous. Et cela se fait, pour autãt que les nombres escrits dessous les deux multipliez 4, & 5, adioustez ensemble, font 9. Et si tu multiplies ce nombre icy dernieremẽt inuenté par soymesmes, & tu diuises le produict par le premier, tu trouueras le nõbre qui doit estre mis au dixhuictiesme lieu: par ce que 9 & 9 font 18. Et semblablemẽt si tu multiplies 729 en soy, & tu le diuises (ainsi q̃ nous auons dit) par le premier, il produira le dixiesme nõbre depuis le second, par-ce que 5 sont escrits sous luy, lesquels prins deux fois, font 10. Mais quand le premier nõbre de la progresion est l'vnité, alors il n'est pas besoin de faire la diuision par le premier: comme chacun facilement le pourra entendre.

FORCADEL.

Quand vne progression Geometrique commence à 1, & se progredist par quelque nombre, il se voit que le premier nõbre de la progression, sans le premier, est le second, qui se note par l'vnité: & le second nombre, sans le premier, est le troisiesme, qui se note par 2: puis apres que le troisiesme nombre, tousiours sans le premier, est le quatriesme, lequel se note par 3: & ainsi des autres, cõtinuãt de lieu en lieu la multiplicatiõ: & pareillemẽt la naturelle progressiõ Arithmetique, de deux nõbres: de laquelle si on multiplie ceux de la progression Geometrique l'vn par l'autre, ils produisent le nõbre de la progressiõ Geometrique, qui est au lieu tel,

G 5 qu'est

qu'est monstré par les deux nombres de la progreßion Arithmetique adioustez ensemble. Et cela se doit entendre, sans le premier, si la progreßion commence à 1: ou bien auec le premier, si la progreßion commence au nombre, par lequel elle se progredist. Car si la progreßion commence à 1, & progredist par 3, il est certain que, si le second nombre, sans le premier, qui est 9, & se note par 2, se multiplie par le troisiesme, sans le premier, qui est 27, & se note par 3, ils produiront le cinqiesme sans le premier, c'est à sçauoir, 243, qui se note par 2 & par 3 adioustez ensemble, c'est à sçauoir, par 5: comme il soit ainsi, que 9 du second lieu, sans le premier, multipliez par 27, font 27 neuf, c'est à sçauoir, le troisiesme, sans le premier, multiplié par 9, c'est à sçauoir, par 3 trois, qui font 81 trois, qui est le quatriesme nombre, sans le premier, multiplié par 3, c'est à sçauoir, le cinqiesme nombre, sans le premier. Tout ainsi si la progreßion commence à 3. & se progredist par 3, alors 3 estant le premier nombre noté par 1, & 9 le second noté par 2, &c. si 9, qui est le second, se multiplie par 27, qui est le troisiesme il en viendra 243, le cinqiesme nombre de la progreßion: parce que 2 & 3 adioustez ensemble, font 5, & que du second lieu on s'est auancé de trois lieux, c'est à sçauoir, au cinqiesme de 2 & de 3: car 9 fois 27 font 27 fois 3 trois fois au troisiesme, qui font 81 trois au quatriesme, & 243 au cinqiesme lieu. Par mesme raison 9 multiplié par soymesme, feroit 81, qui est le quatriesme lieu de 2 & 2 adioustez ensemble: car 9 neufs font 27 trois au troisiesme, c'est à sçauoir, le quatriesme 81 en l'vne & en l'autre sans le premier. De là s'ensuyt, que si d'vne progreßion Geometrique, qui cõmence à quelque nombre, & progredist par vn autre, l'ayant continuée de quelques nombres, & außi la progreßion Aritmetique cõmençant au second, ainsi qu'il se peut voir cy dessous: si les deux tels nombres de la progreßion Geometrique qu'on voudra, ou quelcun en soy, se multiplient, & le produict se diuise par le premier: il en viendra le nombre dudit lieu, sans le premier: car si la progreßion Geometrique commence à 4, & progredist ou se continue par 3, le premier nombre de la progreß-

greßion sera 1 quatre: & le premier, sans compter le premier, qui se note par l'vnité de la progreßiō Arithmetique, sera 3 quatres: le second, sans le premier, 9 quatres: le tiers, 27 quatres, &c. selon la progreßion Geometrique, qui commence à 1, & se fait par 3. Si doncques 9 quatres, c'est à sçauoir, 36. (qui est le second sans le premier, & se note par 2) se multiplient par 27 quatres, c'est à sçauoir, 108, (qui est le troisiesme sans le premier, & se note par 3) ils produysent 243 quatre quatres, ce'st à sçauoir, 243 quarez de 4, qui sont 3888: lesquels partis par 1 quatre, c'est à sçauoir, par 4, qui est le premier nombre de la progreßion Geometrique, tout ainsi que le contenu d'vn quarré, diuisé par sa racine, fait sa racine, außi en viendra il pour combiē 243 quatres, c'est à sçauoir, 972, qui est le 5 nōbre de la progreßion Geometrique, sans le premier, c'est à sçauoir, le sixiesme. Et de la viēt außi, q̄ si d'vne progreßion Geometrique, commençant à quelque nombre, & progredissant par vn autre (ayant dispose les progreßions Geometrique & Arithmetique, comme dessus) de deux tels nombres qu'on voudra de la progreßion Geometrique, si l'vn se multiplie par le combiē de l'autre diuisé par le premier, il en viendra le nōbre dudit lieu: comme se voit, que 108 multiplié par 9, ou 36 par 27, font 972: außi 36 multipliez par 9, font 324. quatriesme nōbre sans le premier: & 4 vient de 2 & 2 adioustez ensemble, ou du double de deux.

	1	2	3	4	5
4	12	36	108	324	972
1	3	9	27	81	243

PHRISON.

Il y a vne autre abbreuiation de ces progressions. Car si tu multiplies le premier nombre par le nombre de la proportiō multiplié en soy vne fois, & si derechef tu progredis, multipliant par iceluy: tu produiras les nombres de la progression, qui doiuent estre mis aux lieux alternes.

FOR-

FORCADEL.

Cela est tout manifeste au precedent exemple : ou se voit que 9, quarre de 3, multiplié par 4, premier nombre de la progressiõ, produict 36, qui est au second lieu apres le premier : c'est à dire, que 4 neufs feroient au premier lieu, sans le premier, 12 trois, qui valent le secõd lieu, sans le premier, c'est à sçauoir, 36 : lequel multiplié par 9, feroit 36 trois 3 fois, au troisiesme, qui est le quatriesme lieu, sans le premier, &c.

PHRISON.

Semblablement si tu multiplies le nombre de la proportiõ deux fois en soy, & tu progredis par iceluy mesme produict, que nous appellons cube : tu auras les nombres, qui doiuent estre mis aux troisiesmes lieux. Exemple : Ie veux soudainement progredir en la proportion ou habitude triple, commençant à 4. Ie multiplie donc 3, nombre de la proportion, en soy : font 9. & de rechef ie multiplie iceluy nombre par 3, font 27. Si doncques ie multiplie 4 par 27, ils ferõt 108, nombre qui doit estre mis au troisiesme lieu apres le second. Que si i'augmente de rechef iceluy mesme nombre par 27, ils font 2916, le nombre qui doit estre mis au sixiesme lieu, c'est à dire, le septiesme apres le premier. Par mesme moyen si ie multiplie 3 en soy 3 fois, ils font 81 : & si ie progredis par iceluy, en multipliãt, & les autres produicts, ie produiray les nõbres qu'il conuient mettre aux quatriesme, huictiesme, & douziesme lieux : c'est à dire, ayant tousiours laissé 3 nõbres de la progresion entre deux.

FORCADEL.

Quand 4 se multiplie par 27, il se multiplie par 4 trois neuf fois, qui font 12 trois trois fois au second lieu, 36 trois au troisiesme, c'est à sçauoir, 108 au quatriesme, qui est le troisiesme sans le premier : & 4 fois 81, font au troisiesme lieu 36 trois trois fois, qui font au quatriesme 108 trois : & au cinqiesme, qui est le quatriesme sans le premier, 324. Par ainsi en l'vn par addition de 27, en l'au-

en l'autre par addition de 3, & en l'autre par addition de 4, &c. on trouue le second, quatriesme, sixiesme, sans le premier: le troisiesme, sixiesme, neufiesme, sans le premier: & le quatriesme, huictiesme, & douziesme, tousiours sans le premier, &c. Qui monstre, qu'en cherchant le dernier nombre d'vne progreßion Geometrique, qui commence à 1, ou à quelque nombre, & progredist par vn autre, on le doit chercher par vn moins du nombre des nombres. Comme si ie cherche le dernier de 16, ie dois trouuer le dernier de 15, commençant au second.

PHRISON.

Et en ceste sorte nous paruiendrons facilemẽt iusques au dernier nombre de la progresſion, & aurons la somme de tous, par la voye cy deuant escrite.

De la reigle des Proportions, *ou de trois nombres.*

LEs autres ont de coustume, incontinent apres ces especes cy deuãt dites, bailler aux escoliers les autres especes des fractiõs, ou minutes, en confondãt leurs esprits de preceptes sans vsage. Mais i'ay mieux aimé tout incontinent monstrer l'vsage des especes tel qu'il est par les reigles, à fin que les fondemẽs faits nouuellement, sans vsage, ne tombent. A ceste chose donc conuiendra fort biẽ celle reigle lá, laquelle ne peut estre assez louée, nõmée la reigle des proportions, ou la reigle de trois: & est ainsi nommée, pour autant que par 3 nõbres cogneuz, elle enseigne à trouuer le quatriesme incogneu. La chose est fort brieue & facile, & l'vsage fort grand, tant en l'vsage cõmun, qu'en Geometrie, & autres arts Mathematiques.

FORCADEL.

L'vsage de la reigle de trois commence en la multiplicatiõ & diuisiõ, tout ainsi qu'elle se parfait par multiplication & diuisiõ, ou par diuision & multiplication: & puis s'estend outre l'vsage commun, par vne infinité de reigles & demonstrations Mathe-

mati-

matiques, dont elle en demeure non assez louée. Elle se nomme la reigle de trois, par-ce que tout ainsi qu'elle est proposée par trois nombres, aussi peut elle estre faite en trois sortes, d'vne part & d'autre, desquelles s'ensuyuent deux correlaires. Desdites trois sortes la premiere & la seconde prennent leurs sources de la quinziesme proposition du cinqiesme, quatriesme proposition du sixiesme, quinziesme, dixseptiesme & dixhuictiesme du septiesme liure d'Euclide. Et tout cela est comprins en la penultime diffinitiō du premier liure de Vitellion. Mais la troisiesme sorte prēd sa cause des sixiesme & dixseptiesme propositions dudit sixiesme, quinziesme du cinqiesme, & septiesme dixneufiesme & vingtiesme propositions dudit septiesme: & par ainsi s'ensuyt la pratique particuliere desdites trois sortes.

Pour la premiere sorte.

Quand quelcun me dit, qu'il a achetté 7 marcs de billon, qui luy coustent 42 liures, & il veut sçauoir combien luy cousteront 17 marcs: ie pose les trois nombres, ainsi qu'il les m'a proposez, en ceste sorte.

Marcs.	Liures.	Marcs.
7 ———	42 ———	17
		6 liures.
		102 liures.

Puis en diuisant le second nombre par le premier, ie trouue 6: par lequel combien il me dit que le marc luy couste 6 liures. Et par ce donc qu'il en veut acheter 17 marcs, il luy cousteront 17 fois 6 liures, c'est à sçauoir, 102 liures. Le combien doncques du second nombre diuisé par le premier, quand il est multiplié par le troisiesme nombre, fait le quatriesme nombre incogneu.

Pour la seconde sorte.

Quand on me dit, qu'il a acheté 9 pieces d'argent, qui luy coustent 79 liures, & il veut sçauoir combien luy cousteront les 27 pieces dudit argent: ie pose les trois nombres, ainsi qu'il les a proposoz, en ceste sorte.

Pie-

Pieces.	Liures.	Pieces.
9	79	27
	3 fois.	
	237 liures.	

Puis apres, en diuiſant le troiſieſme nombre par le premier, ie trouue 3, par lequel il me dit, qu'il veut acheter trois fois autant de pieces, qu'il en a acheté : & par-ce que l'vn autant luy couſte 79 liures, les trois luy couſteront 3 fois 79 liures, c'eſt à ſçauoir, 237 liures. Le combiẽ dõcques du troiſieſme diuiſé par le premier quand il eſt multiplié par le ſecond nõbre, fait le quatrieſme nombre cherché.

De lá s'enſuyt premierement, que ſi le premier nombre, ou la premiere quantité eſt l'vnité : le ſecond nombre multiplié par le troiſieſme, fait ce qu'on cherche.

Et ſecondement, ſi l'vnité eſt au ſecond ou au troiſieſme lieu: le troiſieſme, diuiſé par le premier, ou le ſecond, diuiſé par le premier, font ce qu'on demandoit.

Pour la troiſieſme ſorte.

Quand on me dit, qu'il a acheté 15 pieces d'or, qui luy couſtẽt 35 liures, & il veut ſçauoir combien luy couſteront les 48 pieces dudit or: alors ie poſe en meſme ordre les nombres propoſez, ainſi qu'il ſe voit cy deſſus: puis ap̃s par le premier correlaire, ie luy dis que, quand 1 quinze luy couſte 35 liures, 48 quinzes luy couſteront 48 fois 35 liures, c'eſt à ſçauoir, 1680 liures: & autant couſteront 15 quarantehuicts, par la ſeiſieſme propoſition du ſeptieſme liure d'Euclide. Doncques ſi 15 quarantehuicts couſtent 1680 liures, 1 quarantehuict couſtera (par le ſecond correlaire) le combiẽ de 1680 liures diuiſées par 15, c'eſt à ſçauoir, 112 liures. Le produict eſt venu du ſecond nombre propoſé multiplié par le troiſieſme, & le combiẽ dudit produict party par le premier. Si doncq̃s on multiplie le ſecond par le troiſieſme, ou bien le troiſieſme par le ſecond, & on diuiſe le produict par le premier: il en viẽt ce qu'on cherche. Et icy ſe trouuẽt auſſi leſdits deux correlaires.

Pie-



PHRISON.

La pratique donc est telle : Multiplie le tiers par le milieu:& ce,qui en viẽdra,partis le par le premier:& le nombre qui viendra de la diuision,monstre le nombre que tu cherchois. Que si tu veux sçauoir la raison de ceste chose, voy la dixneufiesme du septiesme d'Euclide,& les autres qui luy appartiennent. Comme si vne telle questiõ estoit proposée: il conuient payer pour trois mois, 20 escus:cõbien en faudra il payer pour 9 moys? Multiplie 9 par 20, font 180: lesquels diuise par 3, ils produysent 60 escus, qu'il conuiendra payer pour 9 moys.

Mois. Escus. Mois.

3 — 20 — 9

9

180

3 (60 escus.

Mais

Mais l'artifice consiste plus à poser les nombres par ordre, que nõ pas à l'operatiõ. Laquelle chose est facile par ceste voye: comme ils soient tousiours trois nombres cogneuz, l'vn tant seulement à la question accouplée auec soy: & celuy doit estre tousiours le troisiesme: & celuy, qui est de semblable chose, doit estre le premier, & celuy, qui demeure le second, ou le milieu. Exemple. Faisant la question, que 7 aulnes de drap coustẽt 13 escus, combiẽ auray ie d'aulnes pour 39 escus? Le troisiesme nombre en cest exemple icy sera 39, pour autant que la question luy est icy adioustée: & le premier & Diuiseur sera 13, pour autant qu'il signifie vne mesme chose auec le tiers, c'est à sçauoir, les escus: & le milieu 7, lequel multiplié par 39, il en vient 273: & si tu partis ce nombre par 13, tu as 21 aulnes pour 39 escus.

Aulnes. Escus. Escus.

7———————13———————39

Escus. Aulnes. Escus.

13———————7———————39

7

273

13 (21 aulnes.

FORCADEL.

Ayant posé les nombres ainsi qu'ils sont proposez, & comme il se voit premierement cy dessus, il n'y a pas de raison changée. Parquoy il faut entendre auant toutes choses la raison cõuerse, faisant du consequent, qui est 13 escus, l'antecedent: & de 7 aulnes, le consequent: & pareillement 39 sera transformé en antecedent: car si 7 aulnes coustent 13 escus, 13 escus coustent 7 aulnes: & on veut sçauoir, combien cousteront 39 escus.

PHRISON.

Il faut doncques que le premier nombre soit de mesme chose & de nom auec le tiers. Cõme si on faisoit vne telle question: Ie despens en vn an 80 escus, combien en

D 7 iours?

7 iours? les nombres ne ſont pas bien poſez, pour autant que le premier eſt le plus grand temps, que le dernier. Il falloit donc dire: Ie paye pour 365 iours, 80 eſcus, combien pour 7 iours? ou ie deſpens en 52 ſepmaines 80 eſcus, combien en vne? Car il eſt neceſſaire à tous les deux ou les ans, ou les iours, ou quelque autre choſe, eſtre denotée de meſme nom par le nombre.

FORCADEL.

Les parties d'vn an ne ſont point ans, tout ainſi que les parties d'vne ligne ſont lignes: mais bien pluſieurs iours ſont vn an, & vn an pluſieurs iours: pluſieurs iours auſſi ſont 1 mois, & vn an pluſieurs mois: pluſieurs iours ſont vne ſepmaine, & vn an pluſieurs ſepmaines. Voylà pourquoy, quand il ſe fait quelque comparaiſon d'ans & de iours, les ans & les iours ſe doiuent reduire en iours, ou en ſepmaines, ou en mois, c'eſt à ſçauoir, au plus petit ou à quelcun des moyens, ſ'il y en a. Toutesfois ce qui ſe peut reduire au plus grand moyen, ſ'y doit reduyre, tout ainſi ſi quelcun diſoit, qu'auec 3 liures 5 ſols 3 deniers, il a gagné 10 eſcus: & il veut ſçauoir combien il gagnera auec 3 ſols 6 deniers: puis que les deniers ſont les plus petites parties, on peut reduire ce, qu'il a gagné, & ce qu'il doit gagner en deniers: diſant, qu'en 3 liures 5 ſols 3 deniers, c'eſt à ſçauoir, en 65 ſols 3 deniers y a 783 deniers, & en 3 ſols 6 deniers, y a 42 deniers. Parquoy il dit, que 783 deniers luy ont gagné 10 eſcus: & il veut ſçauoir combien luy gagneront 42 deniers. Mais puis qu'en 65 ſols 3 deniers y a 271 liards, & en 3 ſols 6 deniers y en a 14 liards, il dit bien mieux quand il dit, que 261 liards luy ont gagné 10 eſcus, & qu'il veut ſçauoir combien luy gagneront 14 liards. Encores il pourroit dire que quand 261 liards luy ont gagné 10 cinquãtes ſols, c'eſt à ſçauoir, 500 ſols, qu'il veult ſçauoir combien luy gagneront 14 liards, &c.

PHRISON.

Ayant poſé les nombres par ordre en la maniere deuãt dite, ſi tu diuiſes le troiſieſme par le premier, & tu multiplies le quotiẽt par le ſecond, il en viẽdra la meſme choſe,

chose, comme si tu l'eusses fait par la maniere deuant dite. Parquoy tu pourras aussi experimẽter par ceste voye, si tu auras bien fait.

23————48————69
3 23 (3

Le produict. 144

Semblablement, si tu diuises le second par le premier, & tu multiplies le quotient par le troisiesme, il en viendra le mesme. Comme 22 donnent 66, combien 106? diuise 66 par 22, il en vient 3, que tu multiplieras par 106, ils produisent 318.

22————66————106
22 (3 318

De rechef, si tu vois que le premier & le second se puissent diuiser facilemẽt par quelque autre troisiesme, mets les quotiens d'iceux, au premier & second lieux, le tiers non changé. L'operation sera facile par ce moyen.

12————36————367
pose 2———— 6————367
pose 1———— 3————367

Ou encores si le premier & le tiers ont vn diuiseur cõmun entr'eux, remets les quotiens aux mesmes lieux d'iceux; le milieu non changé: & poursuis en apres la reigle, ainsi qu'elle est enseignée.

FORCADEL.

Ces deux derniers aduisemens, sont vn mesme: car il faut cõsiderer, que de trois nombres proposez la raison par laquelle on cherche le nombre incogneu par l'autre, se refere du premier au second, & par ainsi à leurs racines: mais alors le troisiesme demeure tel qu'il est. Elle se refere aussi, par la chãgée ꝓportionalité du premier au troisiesme: doncq̃s à leurs racines: & alors le secõd demeure tel qu'il est. Dont auãt toutes choses il cõuient reduire ces

deux raisons à leurs premiers termes, ou les y prẽdre. Et cela se fait, en diuisant le premier & second par leur mesure, puis apres le premier & troisieme, ou bien premieremẽt le premier & le troisiesme, & en apres le premier & le secõd, selõ la volonté de celuy qui s'y exerce. Et tout cela se fait par la 15ᵉ proposition du cinquiesme, 17ᵉ & 18ᵉ propositiõs du septiesme liure d'Euclide, dont i'en ay assez suffisammẽt escrit au secõd liure de mõ Arithmetique: & parce ie me contẽteray d'en faire icy tãt seulemẽt la declaration d'vn exemple, par lequel il est demandé, que 48 pieces de taille valent 45 escus, & on veut sçauoir combien vaudront 28 pieces de la mesme taille. Ie voy premierement, que le nombre, qui mesure 48 & 28, est 4, dont il en vient 12 pour l'vn, & 7 pour l'autre. Et par ainsi on dit, que 12 quatres valent 45 escus: & on veut sçauoir combien vaudront 7 quatres. Puis apres le nombre qui mesure 12 & 45 est 3, dont il en vient pour l'vn 4 trois quatres, & pour l'autre 15 trois: & par mesme cause on demande, que 4 trois quatres valent 15 trois escus: & on veut sçauoir, combien 7 quatres. Il faut donc multiplier 15 trois, par 7 quatres, & ils font 105 trois quatres: lesquels, diuisez par 4 trois quatres, font 26 escus ¼, qui est ce qu'on cherchoit. Ou bien, puis que 48 & 45 se diuisent par 3, & que pour l'vn il en vient 16, pour l'autre 15: ne me dit on pas que 16, trois luy coustent 15 trois escus, & qu'il veut sçauoir combien luy cousteront 28? Encores 16 & 28 se diuisent par leur mesure, 4: dont il en vient 4 quatres trois fois, pour l'vn: & 7 quatres, pour l'autre. Doncques on me dit, que 4 quatres trois fois, coustent 15 trois: & il veut sçauoir, combien cousterõt 7 quatres: 15 trois multipliez par 7 quatres, font 105 trois quatres. Ils font donc 105 quatres trois fois, par la 16ᵉ proposition du septiesme liure d'Euclide: tout ainsi que si 7 quatres estoient multipliez par 15 trois, & 105 quatres trois fois partiz par 4 quatres trois fois, font pour combien 26 escus ¼: tout ainsi mesmes que si 105 trois quatres se partoient par 4 trois quatres: & 26 escus ¼ est le pris des 28 pieces de taille.

pieces.

pieces. *escus.* *pieces.*
48———45———28
quatres. *quatres.*
12———45———7
trois quatres. *trois.* *quatres.*
4———15———7
7 *quatres.*
———
105 *trois quatres.* (26 $\frac{1}{4}$
4 *trois quatres.*

---

pieces. *escus.* *pieces.*
48———45———28
trois. *trois*
16———15———28
quatres trois. *trois.* *quatres.*
4———15———7
7 *quatres.*
———
105 *quatres trois.*
26 $\frac{1}{4}$

PHRISON.

Celuy qui sera mediocrement versé aux demonstrations Geometriques, pourra faire beaucoup de telles choses facilement. Mais ie ne suis pas marry d'adiouster les choses, qui me semblét suffire pour ceux qui apprenent, par lesquelles on peut operer, & examiner l'operation faite. Car si par telles diuerses manieres deuant dites, tu viens à vn mesme but, croy hardiment que tu as bien fait ton operation.

FORCADEL.

En toute reigle de trois, il y a tousiours deux rectāgles egaux proposez, dont les deux costez de l'vn, & l'vn costé de l'autre sont cogneuz. On cherche doncques l'incogneu par les trois autres, ou bien deux triangles semblables y sont proposez, dont les deux costez de l'vn, faisant l'angle egal à l'vn des angles de

 l'autre,

l'autre, sont donnez, & l'vn des costez de l'autre dudit angle, par lesquels on cherche & trouue l'incogneu. Celuy donc, qui est biē verse aux demonstrations Geometriques, cognoistra que le tout estroitement est comprins en la quarante-troisiesme proposition du premier liure d'Euclide, & puis aux autres, qui en parlēt plus au large. Doncques cela cognoissant, il se pourra apperceuoir de beaucoup d'autres telles choses, & se les rendra faciles. Quant à la preuue de la reigle de trois, elle se fait, en la faisant par toutes les trois sortes, par lesquelles on trouue tousiours vn mesme quatriesme: car comme en l'exemple precedēt on trouue 26 escus $\frac{1}{4}$, si on multiplie 45 par 28, il en vient 1260: lesquels partiz par 48 font 26 $\frac{1}{4}$, tout ainsi que si 105 douzes se diuisoiēt par 4 douzes. Encores si on diuise 45 par 48, il en vient $\frac{15}{16}$: lesquels multipliez par 28, qui est autant que $\frac{28}{16}$, c'est à sçauoir, $\frac{7}{4}$, par 15, ils font $\frac{105}{4}$, qui valent 26 $\frac{1}{4}$: car tout ainsi que voulant reduire les deniers en sols, on diuise les deniers par 12, aussi voulant reduire les quarts en vnitéz entieres, il les faut partir par 4, qui est en prendre la quarte partie. D'auantage, si on diuise 28 par 48, il en viēt $\frac{7}{12}$: lesquels multipliez par 35, qui est autant comme multiplier $\frac{45}{12}$, c'est à sçauoir, $\frac{15}{4}$ par 7, il en vient 26$\frac{1}{4}$, qui monstre qu'il est le nombre cherché. Tu te souuiendras, que la reigle de multiplier le second par le troisiesme, & partir le produict par le premier, c'est donnée comme la plus generale, par ce que le second n'est pas tousiours le plusieurs fois entier du premier, ny aussi le troisiesme dudit premier. Parquoy mesmement aux nombres entiers, on est plus loing de ce qui semble estre fascheux, quand il y entreuient des fractions.

La se-

La Seconde Partie.

Des Fractions, ou Minutes.

GEMME PHRISON.

Nous appellons Fractions, Minutes, ou parties, les nõbres signifians les parties d'vne chose entiere : comme $\frac{1}{2}$ signifie vne moitié, par ce mot, *semis* : $\frac{1}{4}$, vn quart : par ce mot, *quadrans*, ou vne quatriesme partie : $\frac{3}{4}$, trois quarts, par ce mot, *dodrans* : ou trois quatriesmes, par ces mots, *tres quadrantes*.

FORCADEL.

Il ne sera pas icy incommode, pour mieux descouurir l'intelligence de ce qui est dit, d'adiouster, que les anciens auoient accoustumé de diuiser vn chacun tout, qu'ils nommoient, As, *en douze parties, c'est à sçauoir, 12 douziesmes, dont ils nommoient l'vne, vne once, par ce mot,* Vncia: *les deux* $\frac{1}{6}$, *par ce mot,* sextans: *les trois* $\frac{1}{4}$, *par ce mot,* quadrans: *les quatre* $\frac{1}{3}$, *par ce mot,* triens: *les cinq* $\frac{3}{12}$, *par ce mot,* quincunx: *les six* $\frac{1}{2}$, *par ce mot,* semis: *les sept* $\frac{7}{12}$, *par ce mot,* septunx: *les huict,* $\frac{2}{3}$, *par ce mot,* bisse: *les neuf* $\frac{3}{4}$, *par ce mot,* dodrans: *les dix* $\frac{5}{6}$, *par ce mot,* dextans: *& les vnze* $\frac{11}{1}$, *par ce mot,* deunx. *Ils ont aussi diuisé l'once (ainsi que Campan le dit, en la 8e proposition du 14 liure d'Euclide) en 576 pieces, dont ils en nommoient tant seulement les suyuantes,* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{48}$, $\frac{1}{72}$, $\frac{1}{96}$, $\frac{1}{144}$, $\frac{1}{192}$: *par lesquelles diuisions auec les precedentes, il semble qu'ils ont fort fauorisé aux diuisions, desquelles vsent ordinairement ceux, qui frequentent l'estat des monnoyes.*

PHRISON.

Et sont escrites par deux nombres, desquels on appelle celuy dessus, Numerateur: & celuy dessous, Denominateur:

teur cestuy cy, pour autãt qu'il mõstre en cõbiẽ de parties il faut qu'vn entier soit diuisé: & l'autre, pour autãt qu'il nombre combien de telles parties doiuent estre prinses. Cõme $\frac{3}{7}$, icy celuy dessous monstre vn entier deuoir estre diuisé en 7 parties: & celuy dessus enseigne, qu'il en faut prendre tant seulement trois septiesmes. Quand dõc ces deux nombres sont egaux, tousiours ils denotent tãt seulemẽt vn entier, comme $\frac{12}{12}$: quand le dessus est plus grãd, il signifie plus que l'entier: & quand il est moindre, il signifie moins que l'entier. Et d'autant qu'en somme le dessus est distant du dessous, de tant plus les minutes surmõtent l'entier.

FORCADEL.

Puis qu'en toutes fractions le nombre qui se pose sous la ligne, monstre tousiours les parties, esquelles vn entier se doit diuiser: & celuy dessus, monstre combiẽ d'icelles parties on tient d'icelty: cela fait, que par vne fraction, maintenant il nous est signifié moins d'vn entier, maintenãt vn entier, & maintenant plus d'vn entier. Quand elle signifie moins d'vn entier, c'est d'autant moins qu'est la differẽce du Denominateur au Numerateur: cõme $\frac{3}{7}$ sont moindres qu'vn entier de $\frac{4}{7}$, par-ce que la difference de 7 à 4 est 3. Et quand vne fractiõ signifie plus de l'entier, c'est de tant plus qu'est la differẽce du Numerateur au Denominateur, cõme si de $\frac{169}{25}$ ie veux leuer vn entier, il reste $\frac{144}{25}$, par-ce que la difference de 169 à 25 est 144. Mais auant que passer plus outre, il est necessaire de sçauoir, que pour l'intelligence de tout ce qui se fait par les fractions, il nous sera icy monstré cinq sortes de reduire: dont la premiere est, la reduction des fractions de fractions, ou de fractions de quelque chose à vne fraction d'icelle: la seconde est, la reduction de plusieurs pieces ayans vn mesme nom en vnitez entieres: la troisiesme est, la reduction de plusieurs vnitez entieres, ou plusieurs vnitez & partie ou parties d'vne, en plusieurs pieces selõ la diuision de l'vnité, la quatriesme est, la reduction de plusieurs pieces d'vn entier, en vne autre sorte de pieces,

auf-

ausquelles aussi il se diuise: & la cinqiesme est la reductiō de plusieurs pieces d'vn entier, ou de plusieurs entiers estans de diuers noms, à vn mesme nom. Voyons donc, ce qui est dit premierement.

PHRISON.

Il y a aussi des fractions de fractions (ainsi qu'on les appelle) ou minutes de minutes, lesquelles aduiennent plus rarement, & s'escriuent par plusieurs simples minutes: cōme $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$ signifiēt trois quarts d'vne moitié, par ces mots, *tres quadrantes semissis:* ou $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$, la moitié de trois quarts, par ces mots, *dimidium dodrantis.*

FORCADEL.

A celuy, qui sçait bien de quoy est fait l'entier, & de quoy sont faites ces parties, qui luy empeschera de prēdre la partie ou les parties, de la partie, ou des parties: ou biē la partie des parties, ou les parties de la partie de quelque partie, ou parties cōme d'vn tout? Certainemēt ie croy qu'il croyra, que nul empeschemēt ne le sçauroit empescher: car si ie sçay dire que la moitié de 4 est 2, & la moitié de 3, est $\frac{3}{2}$: en l'vn, parce qu'il est le plusieurs fois entier de 2: & en l'autre, parce que 3 deux, diuisez par 1 deux, c'est à sçauoir, 2 trois, qui font 6, diuisez par 2 vns, c'est à sçauoir, 2, q font $\frac{6}{2}$, dōt la moitié est $\frac{3}{2}$: par mesme cause ie diray, que la moitié de $\frac{2}{5}$, est $\frac{1}{5}$, & la moitié de $\frac{3}{4}$ sont $\frac{3}{8}$: considerāt premieremēt que les nombres multipliez par quelque nōbre, se diuisent par iceluy en vnitez entieres, & que toute fractiō est le cōbiē de la diuisiō du numerateur par son denominateur. Parquoy si le numerateur de la fractiō ne se peut partir par celuy, par lequel ie le veux partir: ie multiplie tant le numerateur, que le denominateur par iceluy, & les produicts sont la mesme fraction, par la 15e proposition du cinqiesme, & 17e proposition du 7e liure d'Euclide. De laq̃lle estant ainsi trāsformée, i'en prens facilemēt la partie telle q̃ ie veux: cōme se voit, que de $\frac{2}{5}$, voulant en prēdre la moitié, est partir $\frac{2}{5}$ dont il en viēt $\frac{1}{5}$: tout ainsi q̃ 2 liures diuisées par 2, font 1 liure. Mais posons que 2

des $\frac{2}{3}$ ne se puisse pas partir par 2 alors ie multiplie 2 & 3, par 2, font $\frac{4}{6}$, & la moitie de $\frac{4}{6}$ sont $\frac{2}{6}$, qui valent $\frac{1}{3}$:: doncques la $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ sont $\frac{3}{8}$, par ce que 3 & 4 multipliez par 2, font $\frac{6}{8}$, qui valent $\frac{3}{4}$. Et par ainsi ce qui sera la moitié de l'vn, sera aussi la moitié de l'autre, par la conuersion de la 6 commune sentence du premier liure d'Euclide. Or est il ainsi que la moitié de $\frac{6}{8}$ sont $\frac{3}{8}$, aussi la moitie de $\frac{3}{4}$ seront $\frac{3}{8}$: & par mesme moyen les $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ seront $\frac{2}{4}$, c'est à sçauoir, $\frac{1}{2}$: par ce que le $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ est $\frac{1}{4}$, & les $\frac{2}{3}$ sont $\frac{2}{4}$, c'est à dire, la dite moitié: ou bien, comme si 3 ne se pouuoit partir par 3, le $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$, c'est a dire, de $\frac{9}{12}$, sont $\frac{3}{12}$, & les $\frac{2}{3}$ sont 2 fois $\frac{3}{12}$, qui sont $\frac{6}{12}$ c'est à sçauoir, $\frac{1}{2}$. Mais il est ainsi que le 6 de $\frac{6}{12}$ est venu de 3, qui sert pour numerateur à $\frac{3}{4}$ & à $\frac{3}{12}$ multipliez par 2 numerateur de $\frac{2}{3}$: & 12 de $\frac{6}{12}$ est venu de 4 Denominateur, de $\frac{3}{4}$ multipliez par le 3 des $\frac{2}{3}$, qui est l'autre Denominateur, &c. De la doncques est venuë la reigle plus large, qui reduict vne fraction de fraction en fraction d'entier, en multipliãt les numerateurs l'vn par l'autre, & les denominateurs aussi l'vn par l'autre. Dont s'ensuyt que la moitié de $\frac{3}{4}$, sont vne mesme chose auec les $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$: par ce qu'il y a les mesmes numerateurs & denominateurs, qui produiront les nombres mesmes. I'escriray encores pour les plus studieux, la cause d'vne telle reigle, comme s'ensuit. Quand ie veux sçauoir combien sont le. $\frac{5}{8}$ de $\frac{3}{4}$, ie demande, que quand 1 reuient à $\frac{3}{4}$, à combien reuiendront $\frac{5}{8}$? Parquoy par les correlaires cy deuant, il me faudroit multiplier $\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{8}$, chose de laquelle ie ne suis pas encores instruict: toutesfois si ie multiplie le premier & le troisiesme terme par 8, par ce que toute fraction multipliée par son denominateur, fait autant d'vnitez comme est son numerateur, i'auray (par la 5e du cinqiesme) 8 pour l'vn, & 5 pour l'autre. Dont on me demandera, que 8 coustent, ou reuiennent é $\frac{3}{4}$: & on veut sçauoir, à combien reuiendront 5: qui est, demander que 1 huict fois, reuient à $\frac{3}{4}$, à combien reuient $\frac{5}{8}$ huict fois. Puis apres si ie multiplie le premier & second terme par 4 (car le combien, multiplié par le partiteur, fait reuiure le nombre party) i'auray pour l'vn & pour l'autre 32 & 3. Il fault donc que ie demande, que

que quand 32 reuiennent à 3, à combien reuiendront 5, en multipliant 3 par 5, l'vn, qui estoit numerateur de l'vne fraction, & l'autre estoit numerateur de l'autre: & diuisant par 32, qui est le produict de l'vn denominateur, par l'autre: ainsi ie trouueray $\frac{15}{32}$ pour le produict de $\frac{3}{4}$, multipliez par $\frac{5}{8}$: & pour aussi les $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$, ou les $\frac{5}{8}$ de $\frac{3}{4}$. Dont s'ensuit aussi la reigle dessus, pour la multiplication des fractions.

PHRISON.

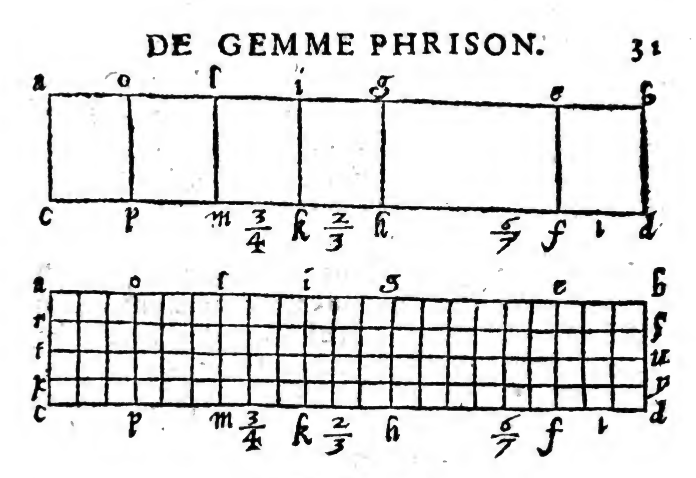
Encores $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{7}$, c'est à dire, les trois quartes de deux tierces de six septiesmes, c'est à dire, d'vn entier diuisé en 7, prens en 6 particules, lesq̃lles de rechef diuise en trois: & d'icelles prens en deux, lesquelles diuise en quatre, & par ainsi elles signifient trois particules. Toutes fois & quantes qu'il s'en trouuera de telles, reduis les incontinẽt à simples, auant que faire aucune chose auec icelles, en ceste sorte. Multiplie le premier dessus par le second, & s'il y en a plusieurs, multiplie le produict par le troisiesme: escris la somme au lieu dessus. Semblablement multiplie le premier dessous par le second, & le produict par le troisiesme: & escris la somme sous la premiere somme, tirant vne ligne entredeux: comme aux exemples precedens $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$ font $\frac{3}{8}$, trois octaues d'entier. Encores $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{7}$, multiplie 3 par 2, il en vient 6, lesquels multiplie par le troisiesme, c'est à sçauoir, 6, font 36, lesquels tu poseras en ceste sorte, $\frac{36}{\ }$. En apres multiplie 4 par 3, font 12: lesquels multiplie par 7, il en vient 84: escris les sous les autres, en ceste sorte, $\frac{36}{84}$, c'est à dire, 36 octantequatriesmes.

FORCADEL.

Pour bien entendre la demonstration de ce dernier exemple, il faut premierement considerer le parallelogramme a, b, c, d, diuisé en sept parties, par-ce que le Denominateur de la premiere fraction de l'entier, est 7: & d'icelles il en faut prendre $\frac{6}{7}$, c'est à sçauoir, 6, par le parallelogramme a, e, f, c, lequel comme second entier.

tier, se doit diuiser en trois parties par les lignes g,h, & l,m: dont il en faut prendre les deux, par le rectangle a,g,h,c: lequel troisiesme entier se doit diuiser en 4 parties, par les lignes i,k, & o,p. Puis apres il en faut prendre les trois par le rectangle a,i,k,c: qui est au regard du premier entier, les $\frac{3}{7}$: & par ainsi les $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{7}$, de quelque chose, valent $\frac{3}{7}$ de la mesme chose: car les $\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{7}$ valent $\frac{4}{7}$, & les $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{7}$ font $\frac{3}{7}$, Mais posons que le nombre des pieces du rectangle a,e,f,c, ne se puisse partir par trois, & soit fait de chacune piece trois pieces: ainsi le tout sera diuisé en 21 pieces, & ledit rectangle en 18, dont les $\frac{2}{3}$ sont 12, par ce que le tiers est 6: le 12 vient de 2 fois 6, numerateurs: & le 21, de 3 fois 7, denominateurs. Les $\frac{2}{3}$ donc de $\frac{6}{7}$ valent $\frac{12}{21}$, dont il en faut prendre les $\frac{3}{4}$: & pour-ce faire ne voyons pas, que de 12 se puisse prendre la quarte partie, & faisons de chacun douze quatre pieces par les trois lignes trauersantes, r,s: t,v: x,y. Ainsi le premier tout, sera diuisé en 84 pieces: le secõd, en 48: duquel le quart, est douze: & les trois quarts, trois fois douze, c'est à sçauoir, 36, pour le rectangle a,i, k,c, qui valent $\frac{36}{84}$. Le 36 vient de trois douzes, & l'octantequatre de quatre vingt vns, c'est à dire, l'vn de la continuelle multiplication des numerateurs, & l'autre des autres. Et par ainsi leur commune mesure estant 12, ils font $\frac{3}{7}$.

PHRI-



PHRISON.

Les fractions, qui valent plus que l'entier, il les faut reduire en entiers, en diuisant le numerateur par le denominateur, autant que l'entier vaut: & escris le reste sus le diuiseur ou denominateur: comme $\frac{806}{7}$ valent 115 $\frac{1}{7}$. Et tu conuertiras les entiers en parties, en multipliant le nombre des entiers par le denominateur des parties: comme 64, tu les reduis en quatriesmes, si tu multiplies 64 par 4, & il en viendra $\frac{256}{4}$. Mais si les fractiõs sont ioinctes auec les entiers, tu mettras icelles en vne fraction, en ceste maniere: Multiplie le nombre des entiers par le denominateur de la fraction ioincte: & adiouste au produict le numerateur de la fraction ioincte: tu auras le numerateur de la fraction, le mesme denominateur estant escrit dessous: comme 23 $\frac{2}{3}$ valét $\frac{71}{3}$, car trois fois 23 valét 69: ausquels i'adiouste 2. L'vsage de ceste chose est en multiplicatiõ & diuision, à fin que plus facilement l'operation soit faite.

FORCADEL.

L'vsage certainemẽt de ces deux reductions est en la multiplication & diuision des fractions, & aux reigles suyuantes, comme estant ou se faisant d'elles. Comme si ie veux multiplier 2 $\frac{1}{3}$ par $\frac{2}{3}$, ou

ou $\frac{3}{4}$ par $2\frac{1}{3}$, iedemande les $\frac{3}{4}$ de $\frac{7}{3}$, qui valent $\frac{21}{12}$. c'est à sçauoir, $\frac{7}{4}$, quisont $1\frac{1}{4}$. Et si ie veux diuiser 6 par $\frac{5}{7}$, en 6 il y a 42 septies mes: ie veux doncques partir 42 par 5, & il en vient $8\frac{2}{5}$: & si ie veux les $\frac{3}{4}$ de 7, ce seront $\frac{21}{4}$, c'est à sçauoir, $5\frac{1}{4}$. Et tout cela se rencontre puis apres, aux reigles de trois.

PHRISON.

Mais comme ainsi soit, que les nombres des fractions ne signifient autre chose, sinon en tant que la proportion du superieur est à l'inferieur: de lá viēt qu'vne mesme chose est notée par plusieurs nombres. Toutesfois il est bien plus commode, qu'ils soient escrits par les plus moindres nombres que lon pourra.

FORCADEL.

Pour sçauoir la raison qu'il y a entre deux nombres, soit simple, ou nō: nous diuisons tousiours l'vn par l'autre. Dequoy se fait potentialement vne fraction maintenant, & maintenant actuellement: comme quand on me demande la raison de 6 à 2, ie diuise, 6 par 2: & il en vient la raison triple, c'est à sçauoir, de $\frac{6}{2}$, ou $\frac{3}{1}$ ce'st à dire, la raison de trois vnitez à vne. Et quand on me demande la raison de 3 à 4, quelle elle est, alors ie diuise 3 par 4: & il en vient $\frac{3}{4}$, c'est à sçauoir, la raison de $1\frac{1}{3}$: car vn trois, & le tiers de trois, font 4: ou, trois vns, & vn tiers, font 4, &c.

PHRISON.

Si tu veux doncques exprimer vne fraction, qui est escrite par plus grands nombres, par les plus petits qu'il sera possible faire par nombre: cherche quelque nombre, qui soit, qui les puisse diuiser tous deux, c'est à sçauoir, le superieur & l'inferieur, en telle sorte qu'il reste riē: car les quotiens tels, signifient vne mesme chose, que les premiers: comme $\frac{9}{12}$, diuise 9 par 3, il en vient 3: & aussi partis 12 par 3, il en vient 4. Nous disons doncques $\frac{3}{4}$ valoir autāt, que $\frac{9}{12}$. Mais si par faute d'experience tu ne peux trouuer

ce

ce nombre diuisant, leue le moindre du plus grand, effaçant celuy lá, duquel la soustraction est faite: & de rechef le moindre des deux proposez, du plus grãd, iusques à ce qu'ils soient faits deux nombres pareils, lesquels certainement monstrẽt le nombre, par lequel tous deux peuuent estre diuisez, à fin qu'ils deuiennent à la plus petite proportion. La doctrine de ceste chose icy depend de la premiere du septiesme d'Euclide. Exemple de $\frac{27}{81}$: Ie leue 27 de 81, reste 54: & de rechef, 27 d'iceluy, restent 27. Si doncques tu diuises l'vn & l'autre par 27, il en viendra $\frac{1}{3}$, qui vaut autant que $\frac{27}{81}$, comme il soit vne mesme proportion du superieur à l'inferieur. Encores de $\frac{27}{63}$: leue 27 de 63, reste 36: & d'iceluy leue 27, restent 9, lesquels oste de 27, reste 18: & d'iceluy encores 9, restẽt 9. Diuise donc $\frac{27}{63}$ par 9: tu verras $\frac{3}{7}$ valoir autant, que $\frac{27}{63}$.

FORCADEL.

On a bien plustost fait, de partir le plus grand des nombres proposez par le moindre, laissant tousiours celuy, qui est party, iusques à ce qu'il reste 1, ou rien: comme 81 diuisé par 27, fait 3, & reste rien: & par ainsi les deux combiens seront 1 & 3, par lesquels, ou desquels se fait $\frac{1}{3}$. Ainsi quand 63 se diuise par 27, il reste 9: & 27 diuise par 9, il reste rien: 9 doncques, estant le nombre qui mesure les deux premiers proposez, fait pour l'vn & pour l'autre 3 & 7, c'est à dire, $\frac{3}{7}$. Et si on me proposoit l'abbreuiation de $\frac{15}{28}$, bien que ie considere que 15, estant plus petit, se diuise par soy, par 3 & par 5, par lesquels 28 ne se peut partir, & que par cela ie pensse dire qu'ils sont les moindres, ie diuise 28 par 15, il reste 13: & 15 par 13, il reste 2: puis 13 diuisez par 2, il reste 1: qui me monstre que 28 & 15 sont mesurez tant seulement de l'vnité. Mais si, en diuisant les deux nombres proposez, ie me trouue deux nombres, desquels la mesure ne soit cogneuë, alors sans passer plus outre, ie pourray dire, qu'icelle mesurera aussi les autres plus grands. Comme $\frac{143}{312}$ l'abbreuiatiõ se fait, en diuisant 312 par 143,

il reste

il reste 26: puis 143 diuisez par 26, il reste 13, qui est la mesure de 13 & de 26. Et par ainsi ie partiray 143 & 312 par 13, il en viẽt 11 & 24, qui sont mon abbreuiation a $\frac{11}{24}$. Encores de $\frac{91}{322}$, parce que 42 & 49 se partent par 7, ie diuise 91 & 322 par 7, ils sont 13 & 46, c'est à sçauoir, $\frac{13}{46}$.

PHRISON.

S'il y a des ciphres au commencement du superieur & de l'inferieur, reiecte les. $\frac{200}{700}$, ne valét non plus ny moins que $\frac{2}{7}$: $\frac{100}{870}$, valent $\frac{10}{87}$: car il faut oster à l'vn & à l'autre egalement plusieus ciphres: $\frac{10}{20}$, valent $\frac{1}{2}$.

FORCADEL.

Il y à vne infinité de presages, par lesquels on cognoist si les nõbres proposez sont premiers, ou non: comme quand ils sont distãs de l'vnité, ils sont les moindres: s'ils sont impairs distans de 2, ou de q̃lque nõbre pair, ils sont aussi moindres: si tous deux sont premiers, ils sont les moindres: si le plus grand est premier, ils sont les moindres: si le moindre est premier, & qu'il ne mesure pas le plus grand, ils sont les moindres. Le nombre, qui ne se diuise par 2, ne se partira pas par le nombre fait de plusieurs deux: & qui ne se diuise par 3, il ne se partira pas aussi par le nombre fait de plusieurs trois, &c. Mais auant que passer plus outre, il conuient conceuoir, que le nombre, qui mesure deux nombres, partira le nõbre fait de ces deux là: comme, deux mesure 6 & 8, il mesurera doncques 14. Par cela seul on pourra sçauoir, que le nõbre se partira par deux, qui aura 0, ou vn nombre pair pour sa premiere figure: car toutes les dixaines se diuisent par 2: & celuy sçachant faire la preuue de 9, & considerant qu'vn nombre qui mesure vn autre, mesurera le nombre mesuré par l'autre, il cognoistra qu'vn nombre se diuisera par 3, quand d'iceluy faisant la preuue de 9 il reste rien (car tel nombre se diuise par 9) 3, ou 6. Bref, si la somme des lettres d'iceluy nombre, estans adioustées comme simples vnitez, se diuise par 3, aussi celuy nõbre se partira par 3. Le nõbre pair se partira par 4, si la seconde est nõbre pair ou nulle, & que la premiere se diuise par 4: car toutes les deux dixaines se diuisent

sent

ſent par 4. Et auſsi ſi la ſeconde eſt l'vnité ou nombre impair, & que dix adiouſté auec la premiere, face vne ſomme, q ſe puiſſe partir par 4: & par ainſi ſi la ſeconde eſt l'vnité, ou vn nombre impair, & la premiere 0: il ne ſe pourra pas partir par 4. Le nõbre ſe diuiſe par 5, qui a 0 ou 5 pour ſa premiere figure: car les dixaines ſe diuiſent par 5: le nombre pair ſe diuiſe par 6, quand auſsi il ſe diuiſe par 3: le nombre ſe diuiſe par 7, quand d'iceluy faiſant la preuue de 7, cõme ie l'ay eſcrite au premier liure de mon Arithmetique, il reſte rien: & le nombre pair ſe diuiſe par 8, quand la troiſieſme figure d'iceluy eſt nõbre pair ou nulle, & que les deux premiers ſe diuiſent par 8, prinſes ſelon leurs valeurs: & auſsi ſi la troiſieſme eſt l'vnité ou nõbre impair, & que cent, adiouſté aux deux premieres, facẽt vn nõbre, qui ſe puiſſe partir par 8: car tous les deux cens ſe diuiſent par 8. Ou bien, ſi la troiſieſme eſt 0, ou nombre pair, & que faiſant l'eſpreuue des deux autres par 8, il reſte rien: tout le nõbre ſe partira par 8. Et ſi l'vnité eſt au 3. lieu, tant pour ſa cauſe, que pour la cauſe d'vn nõbre impair, faiſant la preuue de 8, d'elle & de deux autres: ſ'il reſte rien, tout le nombre ſe partira par 8. Et ſ'il aduient que les deux nombres ſoient eſcrits par autant de lieux l'vn que l'autre, & que les lieux d'vn chacun ſoient egaux entr'eux: l'abbreuiation ſe fera ou ſera aux deux premiers deſdits nombres, par la 12e propoſition du cinqieſme liure d'Euclide. Comme $\frac{666}{888}$ valent $\frac{6}{8}$, c'eſt à ſçauoir, $\frac{3}{4}$: $\frac{77}{99}$ valẽt $\frac{7}{9}$: & $\frac{77}{55}$ font $\frac{7}{5}$, c'eſt à ſçauoir, 1 $\frac{2}{5}$. Et par meſme raiſon $\frac{4545}{7878}$ valent $\frac{45}{78}$, c'eſt à ſçauoir, $\frac{15}{26}$: & $\frac{7575}{9797}$ font $\frac{75}{97}$. Dauantage $\frac{243}{486}$ valent $\frac{1}{2}$, auſsi $\frac{261}{522}$: mais $\frac{243}{324}$ valent $\frac{3}{4}$, parce que 4 fois 24 dixaines: font autant comme 3 fois 32: auſsi $\frac{324}{432}$ valent $\frac{3}{4}$, parce que 32 fois 3 cens, font autant comme 24 fois trois. Et cecy ſe fait, tant par la douzieſme propoſition nommée, que auſsi par la dixneufieſme propoſition du ſeptieſme liure d'Euclide, &c.

PHRISON.

Tu trouueras la valeur de la fraction en quelque entier que ce ſoit, en ceſte ſorte: Multiplie le ſuperieur par les

parties cogneuës de l'entier, & partis le produict par l'inferieur : tu verras combiẽ la fraction vaut de telles parties cogneuës. Or par-ce que la liure des anciens Romains valoit 48 escus, duquel vn chacũ estoit estimé a 25 deniers, ie veux sçauoir combien valoient les $\frac{3}{5}$ d'vne liure. Ie multiplie donc 48 par 3, font 144, que ie diuise par 5, & ie trouue 28 escus & $\frac{4}{5}$ d'escu: & de rechef ie multiplie 25 par 4. & diuise le produict par 5, & ainsi ie trouue 20 deniers. Et par ainsi ie dis les $\frac{3}{5}$ d'vne liure des Romains valoir 28 escus & 20 deniers. Par mesme maniere tu trouueras entre nous combien de sols valent les $\frac{3}{4}$ de la moitié d'vn angelot, &c. (ainsi qu'on le nomme.) Multiplie 3 par 5, par-ce qu'il y a autant desdits sols en la moitié d'vn angelot, il en viẽt 15, lesquels partis par 4, tu auras 3 sols & $\frac{3}{4}$ de sols. De rechef multiplie 3 par 12 sols ou moitiez d'vn stufer, ou gros (comme les nostres appellent) lesquels font vn sols, il en vient 36 : lesquels partis par 4, tu auras 9 gros. Semblablement s'il y a quelque autre monnoye proposée, ou quelque chose que ce soit, il faut faire par la valeur cogneuë d'icelle, comme nous auons dit.

FORCADEL.

Quand vn entier, ou quelque chose q̃ ce soit, se diuise maintenãt à vn nombre de pieces, & maintenant à vn autre, en cognoissant les parties de l'vn, on cognoistra aussi les parties de l'autre proportionnées en ceste sorte: Si quelcun me demande la valeur des $\frac{3}{5}$ d'vne liure, qui vaut 48 escus: il me dit que, quãd vne liure vaut 48 escus, combien vaudront $\frac{3}{5}$ d'vne liure: & par ainsi l'vnité estãt la premiere, il me faut multiplier 48 par $\frac{3}{5}$, font 48 fois $\frac{3}{5}$, c'est à sçauoir, 48 fois 3, qui font $\frac{144}{5}$, qui valent 28 escus $\frac{4}{5}$. Le 144 est venu de 48, nõbre dont on cherche des parties, multiplié par 3 numerateur, puis il est de c'est diuisé par 5 denominateur, dont est venuë la reigle donnée. Mais 1 escu se diuise en 25 deniers: ie diray

ray doncques pour les $\frac{4}{5}$, parce que l'vnité est premiere, qu'ils valent 25 fois 4, c'est à sçauoir, $\frac{100}{5}$, qui valent 20 deniers: & par ainsi les $\frac{3}{5}$ d'vne liure de 48 escus, & de l'escu en 25 deniers, valent 28 escus 20 deniers. Ou bien, ayant diuisé 144 par 5, il en vient 28 escus, & restent 4 escus, qui valent 100 deniers: dont le cinquiesme parce qu'il les faut partir par 5, font 20 deniers. I'auray doncques, tant d'vne part, que de l'autre, 28 escus 20 deniers.

Liure. Escus. Liure.

1 ——— 48 ——— $\frac{3}{5}$

3 25

144 $\frac{4}{100}$

28 *Escus* $\frac{4}{5}$ *de 25, ou 28 escus 20 deniers.*

Escu. Deniers d'escu.

1 ——— 25 ——— $\frac{4}{5}$

4

100

20 deniers.

les $\frac{3}{5}$ de 48

3

144 ——— 100

28 $\frac{4}{5}$ ou 20 deniers.

Qui aussi me demande combien valent les $\frac{3}{5}$ de 48 escus, il me dit qu'vne liure se diuise en 5 pieces & en 48 pieces: & que des cinq il en cognoist 3, parquoy il cherche celles de 48. Ie diray doncques que, quand de 5 i'en cognois 3, de 48 i'en cognoistray 3 fois 48, qui font 144 diuisez par 5, & il en vient 28 $\frac{4}{5}$. Et depuis qu'vn escu se diuise en 25 deniers, ie diray encores, que si de 5 i'en cognois 4, de 25 i'en cognoistray 5 fois 4, c'est à sçauoir, 20: ou bien, 4 fois 25, qui font 100 diuisez par 5, qui font 20 deniers: ou bien, ie prendray du premier coup 28 escus 20 deniers, comme dessus.

Les $\frac{3}{5}$ de 48 escus.

Pieces. Pieces. Pieces.

5 —— 3 —— 48

3

144 | 25 5

55 | 28 esc. $\frac{4}{5}$ ou $\frac{5}{20}$ de. ou $\frac{4}{20}$ den.

Pieces. Pieces, Pieces.

5 —— 4 —— 25

$\frac{4}{100}$

20.deniers.

Si on me demande encores, cõbien valent les $\frac{3}{5}$ de 48: i'enpren dray premierement le $\frac{1}{5}$, qui est 9 $\frac{3}{5}$, dont le triple est 28 escus $\frac{4}{5}$.

Les $\frac{3}{5}$ de 48, ou de 48, ou de 48.

$9\frac{3}{5}$	$9\frac{3}{5}$	$9\frac{3}{5}$
$28\frac{4}{5}$	$9\frac{3}{5}$	$18\frac{6}{5}$
	$9\frac{3}{5}$	$28\frac{4}{5}$
	$28\frac{5}{4}$	

Ou bien, ie voy que $\frac{3}{5}$ font plus de la moitié: & pour sçauoir de combien ie double, 3 & 5 font $\frac{6}{10}$: puis si de 10 ie prens la moitié, il en vient 5, qui sont distans de 6 de l'vnité, lequelle est le 5e de 5, ou le 10e de 10. Parquoy tout ainsi que de 10, ie prens la moitié de 48, qui est 24, & le dixiesme de 48, ou le $\frac{1}{5}$ de 24 est 4 $\frac{4}{5}$: lesquels auec 24, font 28 $\frac{4}{5}$.

Les $\frac{3}{5}$ de 48 sont

Les $\frac{6}{10}$ de 48

5	24
1	4
6	$28\frac{4}{5}$

Par mesme maniere les $\frac{4}{5}$ de 25, qui font l'entier moins vn cinquiesme, ferõt 20 deniers, ou 4 fois 5, ou 5 adioustez auec 3 fois 5.

Les $\frac{4}{5}$ de $2\frac{5}{5}$ ou de $2\frac{5}{5}$ ou de 25

$\frac{4}{20}$ deniers. $\frac{15}{20}$ deniers. $\frac{5}{20}$ deniers.

Tu sçauras aussi cõbien valent les $\frac{3}{5}$ de 48 escus, en considerãt que $\frac{3}{5}$ sont venuz de trois liures diuisées à cinq: & par ce qu'vne chacune liure se diuise en quarãtehuict escus, les trois liures se diuiserõt en troifois 48 escus, c'est à sçauoir, 144 escus: lesquels partis par cinq, font 28 escus $\frac{4}{5}$, &c. Tout ainsi si tu auois party trois escus à quatre hommes cõme sans espoir de recouurer des sols, & tu leur auois baillé à chacun $\frac{3}{4}$ d'escu, dont ils ne se contentoyent pas, par ce qu'ils vouloyent estre payez en sols & deniers: alors si chacun te rendit ses trois quarts d'escu, ils te rendirẽt trois escus, desquels tu feis au change trois fois cinquãte sols, c'est à sçauoir, cent cinquante sols, que tu partis à quatre, & il en vient 37 sols six deniers pour chacun. Mais à celle fin que la reigle te demeure, sçachãs bien qu'il te faut multiplier le nõbre seul par l'vn des autres, & partir par l'autre, ou qu'il le faut partir par l'vn des autres, et multiplier par l'autre, tu pourras dire que les $\frac{4}{5}$ de vingtcinq font vingt de vingtcinq fois quatre, qui font 100 partiz par cinq: ou bien de quatre fois cinq, qui est le cinqiesme de vingtcinq: car si tu prenois vingtcinq fois cinq, qui valẽt cent vingtcinq: & les partois par quatre, tu trouuerois trente-vn $\frac{1}{4}$: & par ainsi, les parties seroient plus grandes que le tout: ce qui ne peut pas estre. Et si tu partois vingcinq par quatre, il en viendroit six $\frac{1}{4}$, lesquels multipliez par cinq, feroyent tousiours le tout moindre à ses parties. Ie ne passeray par aussi plus outre, sans premierement te monstrer la cause, par laquelle on prend de quelque chose qui soit, la partie ou les parties, telle partie ou telles qu'on voudra d'icelle: comme s'ensuit. Quand on me demande la tierce partie de quarantehuict, alors ie considere deux tous, c'est à sçauoir, trois, & quarante-huict: puis apres que 3 est le plusieurs fois de l'vnité: parquoy trois party par trois, sera son numerateur 1. Tout ainsi ie diuise 48 par trois, & il en vient 16, qui a vne telle raison à 1, comme 48 à 3, par la quinziesme propositiõ du cinqiesme: & par la seiziesme proposition dudit cinqiesme, de 16 à 48 la raison sera telle, qu'est de 1 à 3: & par ainsi $\frac{16}{48}$, & $\frac{1}{3}$ sont vne mesme chose de quelque entier que soit. Ie

veux sçauoir encores les $\frac{3}{7}$ de 49: & pour ce faire, ie cõsidere, que si de 7 i'en prens le septiesme, il en vient l'vnité: laquelle posée encor deux fois, fait 3 septiesmes: & par ainsi de 49 ie prens le septiesme, qui est 7, & le pose encores deux fois: puis par la douziesme proposition du cinqiesme) la raison de 3 à 21, est comme de 1 à 3: & par ainsi (par la vnziesme proposition du mesme) de 3 à 21 la raison sera telle, qu'est de 7 à 49. Et par cela donc $\frac{3}{7}$ en $\frac{21}{49}$ sont vne mesme chose. Encores si on adiouste à 1 le double d'vn, c'est à sçauoir, 2: & à 7, le double de 7, c'est à sçauoir, 14: p la quinsiesme du cinqiesme, de 2 à 14, est comme de 1 à 7: & par la dite douziesme de 3 à 21, cõme de 1 à 7: puis apres de 3 à 21, cõme de 7 à 49: & $\frac{21}{49}$ valent autant, que $\frac{3}{7}$. Mais ie transfereray $\frac{3}{7}$ en $\frac{6}{14}$, & prẽdray de 14 & 49 les moitiez, c'est à sçauoir, 7, & 24 $\frac{1}{2}$: puis de 7 & de 24 $\frac{1}{2}$, i'en prendray les septiesmes, qui sont 1 & 3 $\frac{1}{2}$, & les leueray de 7 & de 24 $\frac{1}{2}$: il me restera 3 & 21, qui ont (par la dixneusiesme du cinqiesme) la raison de 7 à 24 $\frac{1}{2}$, & aussi celle de 14 à 49. La raison de $\frac{21}{49}$ est celle de $\frac{6}{14}$, & aussi de $\frac{3}{7}$, par ladite vnziesme proposition.

$\frac{3}{7}$ — 1 — 1 — 1 — 3

$\frac{49}{7}$ — 7 — 7 — 21

$\frac{3}{7}$ — 1 — 2 — 3

$\frac{49}{7}$ — 14 — 21

$\frac{3}{7}$ — 3 $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{2}$ — 3

$\frac{6}{14}$ — 7 — 1 — 6

49 — 24 $\frac{1}{2}$ — 3 $\frac{1}{2}$ — 21

Reduction en vne mesme denomination.

PHRISON.

Les parties de diuerses denominations, ne peuuẽt pas commodement estre adioustées ensemble, ny aussi estre soustraictes l'vne de l'autre, cõme tierces parties auec quatriesmes parties : cõme, nous n'assemblons pas les vnitez des nombres de diuerses monnoyes en vne somme.

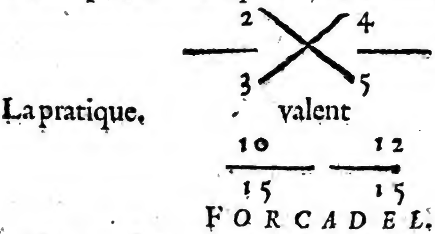
FORCADEL.

Si quelcun me doit vn escu, & vn escu pistolet: ie ne diray pas qu'il me doit deux escus, car il ne me doit pas tãt: ny aussi qu'il ne me doit deux escus pistolets, car il me doit d'auantage: mais ie diray qu'il me doit 50 sols d'vn escu, & 48 sols d'vn escu pistolet, qui font 98 sols, c'est à sçauoir, 4 liures 18 sols : ou biẽ, ie diray qu'il me doit 2 liures 10 sols d'vne part, & 2 liures 8 sols de l'autre: & par ainsi pour le tout il me doit 4 liures 18 sols. S'il me doit vn escu, vn escu pistolet, & 3 liures : il me deura 7 liures 18 sols: car si quelcun me doit 2 escus & 6 liures, parce que 2 escus valent 5 liures, ie diray qu'il me doit 11 liures, &c. Par mesme cause si quelcun me doit la tierce partie de quelque chose, & la quarte partie de la mesme, ou d'vne qui luy est egale, ie ne diray pas qu'l me doit deux tierces, ny deux quartes parties, mais $\frac{7}{12}$: & s'il me doit $\frac{1}{6}$ & $\frac{1}{8}$ tous deux de quelque entier, ie diray qu'il me doit $\frac{14}{48}$, c'est à sçauoir, $\frac{7}{24}$, par la seconde & troisiesme propositions du septisme & 15e proposition du cinqiesme. Mais $\frac{1}{8}$ & $\frac{1}{6}$ valent $\frac{3}{24}$ & $\frac{4}{24}$, il me doit donc tousiours $\frac{7}{24}$, & s'il me deuoit $\frac{5}{8}$, & $\frac{7}{24}$, de quelque chose, puis que $\frac{5}{8}$ valent $\frac{15}{24}$, il me doit $\frac{22}{24}$, c'est à sçauoir, $\frac{11}{12}$. Car par la precedente reduction ie cherche les $\frac{5}{8}$ de 24, qui valent 5 fois 3, c'est à sçauoir, $\frac{15}{24}$.

PHRISON.

Il faut doncques auant que faire l'addition & la soustraction, reduire les parties de diuerses denominations en vne mesme denomination, Ce qui se fait en ceste sorte. Soit, pour exemple, qu'il faille adiouster $\frac{2}{3}$ auecques $\frac{4}{5}$, multiplie les denominations ensemble, comme 3 par 5, font 15, lequel sera denominateur commun des deux

fractions. En apres multiplie le numerateur de la premiere fraction par le denominateur de la seconde, c'est à ſçauoir, 2 par 5, font 10, qui ſera le numerateur de la premiere fraction, Semblablement multiplie le numerateur de la ſeconde fraction, par le denominateur de la premiere, c'est à ſçauoir, 4 par 3, font 12, numerateur de la ſeconde fraction. Doncques $\frac{2}{3}$ & $\frac{10}{15}$ valẽt autant l'vn que l'autre, & pareillement $\frac{12}{15}$ auec $\frac{4}{5}$: & alors ils ſont reduicts en vne meſme denomination, c'est à ſçauoir, en quinzieſmes. Et ceste reigle icy est generale, & prend ſa force de la dixſeptieſme du ſeptieſme d'Euclide.



FORCADEL.

Nous appellons reduire pluſieurs fractions de diuerſes denominations à vne meſme, trouuer le plus petit nõbre qui ſe puiſſe partir par vn chacun des denominateurs propoſez, & d'iceluy en prendre la valeur d'vne chacune fraction propoſée: car les fractions reduictes à vn plus grand nõbre que le plus petit, s'abbreuient touſiours au plus petit, par la 3e propoſition du ſeptieſme d'Euclide. Ie dis encores qu'il faut prendre le plus petit nombre: par-ce que d'autant que les nõbres ſont plus petits, de tant moins ſommes nous loing de la cognoiſſance de ce, qui ſe doit faire par iceux. Pour doncques parfaire la reduction cy deſſus, ie conſidere premierement, que le moindre numerateur ne meſure pas le plus grand. Parquoy il me faut vn plus grand nõbre q̃ le plus grand: pour lequel trouuer, ie prens deux fois le plus grand denominateur, c'est à ſçauoir, 10, lequel ne ſe peut partir encores par le moindre: parquoy ie prens 5 trois fois, c'est à ſçauoir, autant de fois comme eſt le moindre denominateur, font 15, lequel ſe partira

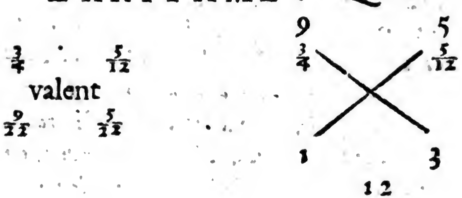
par

par 3 & par 5 : car il est le produict de l'vn denominateur par l'autre, & duquel par la precedéte reduction les $\frac{2}{3}$, valent $\frac{10}{15}$, parce que le $\frac{1}{3}$ est 5 semblable au denominateur de la seconde fraction: & les $\frac{2}{3}$ valent 2 fois 5, le 2 numerateur de la premiere: puis apres les $\frac{4}{5}$ de 15 valent $\frac{12}{15}$, parce que le cinqiesme de 15 est 3, egal ou semblable au denominateur de la premiere : lequel multiplié par 4, numerateur de la seconde, fait $\frac{12}{15}$: $\frac{2}{3}$ doncques & $\frac{10}{15}$, sont vne mesme quantité, par la 17e proposition nommée, & celle qui vient apres, parce que 2 & 3 ont esté multipliez par 5, & $\frac{4}{5}$ sont $\frac{12}{15}$, par ce que, par la mesme & la 18e, 4 & 5 se sont multipliez par 3, dont est venuë la reigle dessus. Mais à cellefin que tu ne trauailles sans appuy, cherche le plus petit nombre qui se peut partir par 3 & par 5, par la trentesixiesme proposition du septiesme d'Euclide, & tu trouueras qu'il est 3 fois 5, c'est à sçauoir, 15, par ce que 3 et 5 sont les plus petits de leur raison: puis paracheue le reste, en multipliant le numerateur de l'vn par le plus petit de l'autre denominateur, qui est autant que prendre la valeur des fractions en quinziesmes: ou bien, en multipliant vn chacun numerateur par celuy qui à multiplié son denominateur, pour auoir le plus petit nombre mesuré des denominateurs.

10		12		10		12
$\frac{2}{3}$		$\frac{4}{5}$		$\frac{2}{3}$	✕	$\frac{4}{5}$
	15			3		5
					15	

PHRISON.

Et s'il aduient q̃ le denominateur de l'vne soit contenu plusieurs fois entierement en l'autre denominateur plus grand, voy combiẽ de fois cela se fait: cõme $\frac{3}{4}$ auec $\frac{5}{12}$, icy 4 est cõtenu en 12, trois fois. Multiplie dõcques le numerateur du moindre denominateur, c'est à sçauoir, 3 par 3, font 9 lesquels mets pour numerateur en escriuãt dessous le plus grãd denominateur. Ie dis donc $\frac{9}{12}$ valoir autant que $\frac{3}{4}$, & aussi auoir vne mesme denomination auec $\frac{5}{12}$.

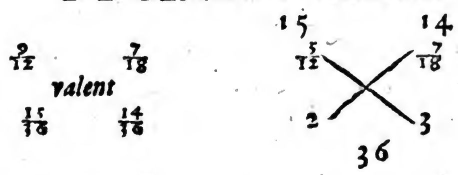


FORCADEL.

Il te faut bien prendre garde que les fractions proposées soiẽt escrites par leurs plus petits nombres: car s'il estoit autrement, tu trouuerois bien, par la 36e nommée, le plus petit nombre qui se partiroit par les denominateurs, mais non, le plus petit de la reduction : comme en l'exemple dessus, si $\frac{3}{4}$ estoient proposez auec $\frac{10}{24}$, bien que les $\frac{3}{4}$, de 24 facent $\frac{18}{24}$, & que 24, par ladite 36e, soit le plus petit party par 4 & 24: $\frac{10}{24}$ & $\frac{10}{24}$ (par la 3 proposition du septiesme, & 15 proposition du cinqiesme) font $\frac{9}{12}$ & $\frac{5}{12}$.

PHRISON.

Et de rechef, si l'vn ne contient pas l'autre plusieurs fois entieremẽt, mais tous deux sont contenuz en quelque autre tiers nombre : comme $\frac{5}{12}$ & $\frac{7}{18}$, icy 12 & 18, ne se contiennent pas l'vn l'autre entierement, mais l'vn & l'autre est contenu en 36 : alors voy combiẽ de fois le premier denominateur est contenu au tiers 36, & multiplie le Numerateur de celle fractiõ par le quotient, c'est à sçauoir, 5 par 3, font 15, numerateur de la premiere fraction. Par semblable raison voy combien de fois l'autre des denominateurs est cõtenu au tiers, c'est à sçauoir, 18 en 36 : & multiplie le numerateur de l'autre fraction 7, par le quotient, c'est à sçauoir, 2, il en vient 14, l'autre numerateur, en gardant le tiers nombre 36, pour denominateur commun : & par ce moyen $\frac{5}{12}$ & $\frac{7}{18}$, feront $\frac{15}{36}$ & $\frac{14}{36}$.



En l'exemple precedent, par-ce que 18 ne contient pas 12 entierement, ie double 18, & trouue 36, lequel contient 12 & 18 entierement: & par-ce qu'il cõtient 12 trois fois, c'est à dire, que sa douziesme partie est 3, ie multiplie 5 par 3, font 15: & par-ce aussi que la dixhuictiesme partie de 36 est 2, pour $\frac{7}{18}$ ie prens 7 fois deux, qui font 14: & par ainsi $\frac{15}{36}$ & $\frac{14}{36}$ valent ce, que valent $\frac{5}{12}$ & $\frac{7}{18}$. Et pour me mieux asseurer auec la raison, ie diuise 12 & 18 par leur mesure 6, il en vient 2 pour l'vn, & 3 pour l'autre, qui sont les racines de la raison de 12 à 18: par la trentecinqiesme proposition du septiesme, & par la seiziesme du cinqiesme, la raison de 12 à 2, sera comme de 18 à 3: & par ainsi, 3 fois 12, ou deux fois 18, font 36, par la dixneufiesme du septiesme: & trois fois cinq, & deux fois sept, font 15 & 14. &c.

Ie diray en passant, que si par ceste reduction on me demande, si $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{6}$ sont egaux, alors comme s'ils estoient escrits par leurs plus petits nombres, & cõme aussi si les denominateurs n'auoiẽt pas de commune mesure, ie prens 3 fois 6, c'est à sçauoir, 18, pour denominateur: & 2 fois 6, & 4 fois 3, c'est à sçauoir, 12 & 12, pour numerateurs. Et par-ce que 12 & 12 sont egaux, ie cõclus que $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{6}$ sont aussi egaux: car par la septiesme proposition du du cinqiesme, la raison de 12 à 18 est telle, que de 12 à 18: & telle est de 2 à 3. De 2 à 3 doncques est telle, que de 12 à 18, par la vnziesme proposition du mesmes. Mais de 4 à 6, la raison est telle, qu'est de 12 à 18: par la mesme vnziesme proposition, de 2 à 3 la raison est telle que de 4 à 6. Or est il ainsi, que l'egalité des raisons cause l'egalité des noms: & par ainsi $\frac{2}{3}$ valent autãt, que $\frac{4}{9}$. Mais qui me demãderoit laquelle fraction vaut plus, de $\frac{4}{7}$, ou de $\frac{5}{8}$: alors voyant par ceste reduction, que l'vne vaut $\frac{32}{56}$, & l'autre $\frac{35}{56}$, ie

dirois

dirois que $\frac{5}{8}$ valent plus que $\frac{4}{7}$: car par la huictiesme proposition du cinqiesme, la raison de 35 à 36 est plus grande, que de 32 à 56: & la raison de 5 à 8 est telle, que de 35 à 56: par la tresiesme proposition dudit cinqiesme, la raison de 5 à 8 est plus grande, que de 32 à 56: mais la raison de 4 à 7 est telle, qu'est de 32 à 56: par la mesme treziesme proposition, la raison de 5 à 8 sera plus grande que de 4 à 7: & l'inegalité des raisons cause l'inegalite des nõs, la plus grande le plus grand, & la moindre le moindre. Doncques $\frac{5}{8}$ valent plus, que $\frac{4}{7}$, &c. I'escriray encores vne reduction de trois fractions par l'exemple suyuant, à celle fin de secourir entieremẽt à l'exercice des estudians. On me propose $\frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{4}{9}$, pour les reduire à vne mesme denomination: & pour ce faire ie me propose tous les deux denominateurs proposez estre premiers entre eux, & au troisiesme. Parquoy ie multiplie le premier par le secõd, c'est à sçauoir 6 par 8: font 48, qui se partira par 6 & par 8, & par la vingtsixiesme proposition du septiesme, sera premier à 9. Doncques 48 fois 9, c'est à sçauoir, 432, sera le denominateur commun de la reduction: car il se partira par 6, par 8, & par 9. Puis apres par-ce que la sixiesme partie de 432, est 72, à cause des $\frac{5}{6}$, ie prens 5 fois 72, qui valent 360: la huictiesme partie de 432 est 54, & pour les $\frac{3}{8}$, ie prens 3 fois 54, c'est à sçauoir, 162: & puis que la neufiesme partie de 432 est 48, & que i'en demãde $\frac{4}{9}$, ie prens 4 fois 48, qui font 192: & par ainsi i'auray $\frac{360}{432}, \frac{162}{432}$, & $\frac{192}{432}$. Et parce que tous ces nombres se diuisent par 6, par la troisiesme proposition du septiesme, i'auray (ayant faites les diuisions, ou l'abbreuiation à vn mesme nom) $\frac{60}{72}, \frac{27}{72}$, & $\frac{32}{72}$. Maintenant ie m'aduise, que les deux premiers denominateurs, 6 & 8 se peuuent partir par 2, et font 3 et 4: parquoy ie prens 24 de 4 fois 6, ou de 3 fois 8, lequel ie pose estre premier au troisiesme denominateur 9: et ie multiplie 24 par 9, font 216, pour le nombre mesuré de 6, 8, et 9: duquel ie prens le $\frac{1}{6}$, qui est 36, et pour les 5, 180: l'octaue, est 27: et les 3, 81: le $\frac{1}{9}$, est 24: et les 4, valent 96. I'ay doncques $\frac{180}{216}, \frac{81}{216}$, et $\frac{96}{216}$: puis par la troisiesme proposition nommée, ie trouue $\frac{60}{72}, \frac{27}{72}, \frac{32}{72}$.

360 162 192

$\frac{5}{6}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{9}$

48 9

432

72

54

48

$\frac{60}{72}$ $\frac{27}{72}$ $\frac{32}{72}$

180 81 96

$\frac{5}{6}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{9}$

3 4

24 9

216

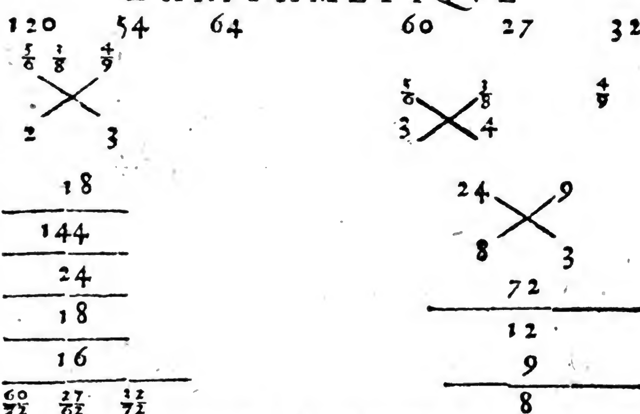
36

27

24

$\frac{60}{72}$ $\frac{27}{72}$ $\frac{32}{72}$

Ie voy encores, que le premier et dernier denominateurs se peuuent partir par 3, et qu'il en vient 2 pour l'vn, et 3 pour l'autre: parquoy 2 fois 9, ou 3 fois 6, c'est à sçauoir 18, sera le nombre mesuré entierement de 6, en 9: et parce que ie fains la mesure de 8 et 18, m'estre incogneuë, ie multiplie 18 par 8, il en vient 144, qui sera mesuré par 6, de 8, et de 9: dont le sexte, est 24: et les 5, 120: l'octaue, est 18: & les trois, 54: le neufiesme, est 16: & les 4 valēt 16. Et par ainsi i'auray $\frac{120}{144}$, $\frac{54}{144}$, $\frac{64}{144}$, qui sont tousiours (par la dite troiesisme du septiesme) $\frac{60}{72}$, $\frac{27}{72}$, $\frac{32}{72}$. Mais ie m'aduise, que le nombre mesuré de 6 & 8, est 24: il me reste doncques à trouuer le nombre, qui se deuise pas 24 & par 9, dont les tiers sont 8 & 3: et par ainsi 3 fois 24, ou 8 fois 9, qui sont 72, sera le plus petit nombre mesuré des trois denominateurs, dōt les $\frac{5}{6}$ valent 60: les $\frac{3}{8}$, 27: & les $\frac{4}{9}$, valent 32: pour tousiours auoir $\frac{60}{72}$, $\frac{27}{72}$, $\frac{32}{72}$.



Ie voy d'auantage que 8 & 9 estans mesurez de l'vnité tant seulemẽt, & multipliez, font 72, qui se partira par 2, parce qu'il se diuise par 8: il se partira aussi par 3, parcequ'il se diuise par 9: & par ainsi il se partira par 2 fois 3, c'est à sçauoir, par 6. I'en prendray donc les $\frac{5}{6}$, les $\frac{3}{8}$, & les $\frac{4}{9}$, pour tousiours en auoir $\frac{60}{72}$, $\frac{27}{72}$ & $\frac{32}{72}$, &c.

60	27	32		60	27	32
$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{9}$		$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{9}$

72 *qui se diuise par 2, & par 3.* 72 *il se diuise par 6*

12 — 12, *cinq fois.*

9 — 9, *trois fois.*

8 — 8, *quatre fois.*

ADDITION DE FRACTIONS.

PHRISON.

SI les Denominateurs sont dissemblables, reduis les fraction en vne mesme denomination : puis apres adiouste les Numerateurs en vne somme, en escriuant dessous le Denominateur commun: comme $\frac{2}{7}$ & $\frac{3}{7}$ font $\frac{5}{7}$: encores $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{12}$ font $\frac{14}{12}$.

Par

FORCADEL.

Par le premier exemple il faut entendre, que par la reductiõ de deux fractions, &c. faite ou à faire, on ayt $\frac{2}{7}$ & $\frac{3}{7}$, estant faite, ils font $\frac{5}{7}$, tout ainsi que 2 & 3 liures font cinq liures: estant à faire, si la partie, & l'autre font, l'vne $\frac{2}{7}$, & l'autre $\frac{3}{7}$, elles feront $\frac{5}{7}$: et par le second exemple, la reduction estant faite, on a pour l'vne $\frac{9}{12}$, pour l'autre les mesmes $\frac{5}{12}$, qui font $\frac{14}{12}$, c'est à sçauoir, $\frac{7}{6}$, qui valent $1\frac{1}{6}$: ou bien, en partant 14 par 12, il en vient $1\frac{1}{6}$. Et d'auãtage, si le quart encloz en $\frac{5}{12}$, est adiousté aux autres trois, ils feront $1\frac{1}{6}$ en tout. De là s'ensuit, que si le numerateur des deux parties proposées est l'vnité, les denominateurs adioustez, & multipliez, font ce qu'on cherche: ou bien, les plus petits de leur raison adioustez ensemble, & le nombre commun: comme $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ font $\frac{5}{6}$: & $\frac{1}{4}$ adiousté à $\frac{1}{6}$, font $\frac{5}{12}$, &c.

PHRISON.

Et s'il y a plusieurs fractions, adioustes en premierement deux, puis adiouste la tierce à la somme: cõme $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ auec $\frac{4}{5}$, premierement $\frac{2}{3}$ auec $\frac{3}{4}$ font $\frac{17}{12}$, : adiouste auec iceux $\frac{4}{5}$, ils font $\frac{133}{60}$, c'est à sçauoir, 2 entiers & $\frac{13}{60}$.

FORCADEL.

Quand $\frac{2}{3}$ sont adioustez auec $\frac{3}{4}$, ils font $\frac{5}{12}$ & vn entier: ausquels $\frac{5}{12}$ il faut adiouster $\frac{4}{5}$, & feront en tout $2\frac{13}{60}$.

17		73		
8	9	48	25	
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{12}$	(2 $\frac{13}{60}$
12		60		

Mais puis que $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, & $\frac{4}{5}$ reduicts ensemble font 40, 45, & 48 soixantiesmes, ils feront adioustez ensemble $\frac{133}{60}$, c'est à sçauoir, $2\frac{13}{60}$: ou bien, puis que de trois entiers il s'en faut $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{5}$, qui font 20, 15, & 12 soixantiesmes, c'est à sçauoir, $\frac{47}{60}$, si de trois entiers se soustrait vn entier, & d'iceluy $\frac{47}{60}$, il restera $2\frac{13}{60}$.

$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$

60

47 20———40

15———45

12———48

$\frac{133}{60}$ (2 $\frac{13}{60}$

Les parties de quelque nombre parfait qui ſoit, adiouſtées enſemble, ſont vn entier: comme $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{6}$: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{14}$, & $\frac{1}{28}$. Et de la ils ſont dits parfaits: car les parties de quelque nõbre imparfait, qui ſoit, adiouſtées enſemble, ſont ou plus ou moins d'vn: & de lá ſont les dits imparfaits, abondans, quand leurs parties ſont plus d'vn: comme 12, duquel les parties ſont $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$: & diminutifs, quãd leurſdites parties ſont moins d'vn: comme 8, duquel les parties ſont $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$: & de lá ſ'enſuit, que tout nombre premier eſt diminutif. Ie ne mets pas aucun exemple d'adiouſter pluſieurs entiers & pluſieurs fractions enſemble, à cauſe de leur facilité.

SOVSTRACTION.

PHRISON.

TOut ainſi qu'en additiõ, fais que les Denominateurs ſoient pareils: puis oſte le moindre Numerateur du plus grãd, & eſcris ſous la reſte le meſme Denominateur: comme ſi tu oſtes $\frac{3}{7}$ de $\frac{6}{7}$, il reſte $\frac{3}{7}$: ſi tu oſtes auſsi $\frac{7}{18}$ de $\frac{5}{12}$, tu auras de reſte $\frac{1}{36}$.

Par quel moyen ou peut tirer les fractions des nombres entiers.

On pourra tirer les fractions des nombres entiers, ſi au parauant on couppe le nombre entier en parties: comme ſi on oſte $\frac{3}{7}$ de 9 entiers, reſtent 8 $\frac{4}{7}$. Car vn entier vaut $\frac{7}{7}$; duquel ſi on oſte $\frac{3}{7}$, il y aura de reſte $\frac{4}{7}$ auec 8 entiers.

MVLTIPLICATION.

MVltiplie le Numerateur par vn Numerateur, & les Denominateurs auſsi par enſemble: & ce qui viẽdra des

des numerateurs, ſera numerateur: & ce qui prouiendra de la multiplication des denominateurs, ſera denominateur. Comme $\frac{5}{7}$ multipliez par $\frac{3}{4}$, il en vient $\frac{15}{28}$.

Que ſi des fractiõs tu en veux faire des nombres entiers, multiplie les entiers par le numerateur de la fractiõ, en eſcriuant deſſous le denominateur d'icelle. Cõme en multipliant $\frac{5}{12}$ par 20, il en vient $\frac{100}{12}$, c'eſt à ſçauoir, 8 $\frac{1}{3}$.

DIVISION.

MVltiplie le numerateur du nombre à diuiſer par le denominateur du diuiſeur, & le numerateur en viẽdra. Au contraire, ſi le denominateur du nombre à diuiſer eſt multiplié par le numerateur du diuiſeur, le denominateur en vient. Cõme ſ'il faut diuiſer $\frac{2}{3}$ par $\frac{4}{5}$, multiplie 2 par 5, il en vient 10: ſemblablemẽt 3 par 4 multipliez, font 12. Il y aura dõcques $\frac{10}{12}$, ou $\frac{5}{6}$. Mais ſi les denominateurs ſont pareils, diuiſe le numerateur du nombre à diuiſer par l'autre: Comme ſi tu diuiſes $\frac{27}{32}$ par $\frac{3}{32}$, tu auras $\frac{9}{32}$. Que ſi les numerateurs ſont ſemblables, alors faut eſcrire le denominateur du diuiſeur au deſſus du denominateur du nõbre à diuiſer: cõme $\frac{3}{4}$ diuiſez par $\frac{3}{8}$, font $\frac{8}{4}$, c'eſt à dire, 2 entiers: au contraire, diuiſant $\frac{3}{8}$ par $\frac{3}{4}$, il en vient $\frac{4}{8}$, ou bien $\frac{1}{2}$. Mais ſi l'vn des numerateurs cõtient l'autre par pluſieurs fois, multiplie le denominateur du moindre numerateur par ce quotient: le produict ſera le numerateur, ſ'il a eſté le moindre numerateur du diuiſeur: mais ſ'il a eſté denominateur du nombre à diuiſer, le nombre reſtãt, qui parfera les fractions, ſera denominateur du plus grand numerateur. Exemple. Il te faut diuiſer $\frac{3}{5}$ par $\frac{12}{13}$: par ce que 3 eſt contenu quatre fois en 12, multiplie 5 par 4, il en vient 20 denominateur: & eſtant le numerateur 13, il en viẽt $\frac{13}{20}$. Au contraire, ſi tu diuiſes $\frac{12}{13}$ par $\frac{3}{5}$, tu auras $\frac{20}{13}$.

$\frac{3}{5}$ par $\frac{12}{15}$, font $\frac{15}{20}$: ou bien, $\frac{3}{4}$.

Lon peut trouuer beaucoup de tels abregemens: mais cecy suffira pour ceux qui veulent apprendre. Que si tu veux diuiser, ou les nombres entiers par fractions, ou bien, au contraire, les fractions par nombres entiers: en escriuant 1 sous les entiers, tu pourras operer ou en multipliant, ou en diuisant, tout ainsi que si c'estoient fractions. Comme, si tu diuises 7 par $\frac{3}{4}$, il en vient $\frac{28}{3}$, c'est à sçauoir, 9 $\frac{1}{3}$. Au contraire, en diuisant $\frac{3}{4}$ par $\frac{7}{1}$, tu auras $\frac{3}{28}$. Si les entiers se rencontrent auec les fractions, il les faut premierement tous reduire en vne fraction, par les reigles des reductions.

LA REIGLE DE TROIS és fractions.

AYant mis trois nombres, cõme nous auons enseigné vn peu au parauant qu'ayons parlé des fractions: à fin que tu en puisses tirer le quatriesme nombre incogneu, multiplie le troisiesme par le second, dont tu diuiseras le produict par le premier: & il en viẽdra le nõbre incogneu que tu cherches, pourueu que tu ayes bien obserué tout ce qu'auons dit deuoir estre gardé.

Exemple. On vend $\frac{3}{4}$ d'vne aulne de drap pour $\frac{2}{3}$ d'vn escu: cõbien achetteray ie $\frac{5}{6}$ d'aulne? Multiplie $\frac{5}{6}$ par $\frac{2}{3}$, il en vient $\frac{10}{18}$, ou biẽ, $\frac{5}{9}$: lesquelles diuisées par $\frac{3}{4}$, tu auras $\frac{20}{27}$. Lesquelles combiẽ elles valent en toute sorte, nous auõs enseigné cy deuant comment on le peut trouuer. Que si en quelque lieu se rencontrẽt des nombres entiers seuls, en escriuant 1 sous iceux, l'operation sera semblable à celle qui se fait par fractions. Comme, si $\frac{10}{1}$ aulnes de drap sont vendues $\frac{12}{1}$ escus, combien vaudront $\frac{3}{4}$? Multiplie $\frac{12}{1}$ par $\frac{3}{4}$, ils font $\frac{36}{4}$, ou bien, $\frac{9}{2}$: lesquels diuise par $\frac{10}{2}$, il en viẽdra $\frac{9}{10}$ d'escu.

Si les fractions se rencontrent auec nombres entiers, tu les pourras tous reduire à vne fraction, par le moyen des reigles des reductions.

Mais si

Mais si plusieurs choses se trouuent toutes ensemble, comme, si en vn an trois mois & trois sepmaines ie despens 200 escus, combien en despendray ie en sept mois? Alors il faut reduire toutes ces choses à la plus petite d'entre elles : comme icy, l'an & les mois seront reduicts en sepmaines, comptant 52 sepmaines pour l'an: & 12 sepmaines pour trois mois : ausquelles adioustant 3 sepmaines, en tout i'auray 67 sepmaines. Par mesme moyen, pour sept mois, ie comteray 28 sepmaines. Le reste de l'operation se parfera selon que la reigle le commande.

La Reigle de Trois renuersée.

EN tous les exemples precedens, & en autres infiniz, la raison est tousiours mesmes du quatriesme nõbre au troisiesme. que du second au premier. Et de la s'ensuyt que d'autant que le troisiesme nombre sera plus grand, d'autant aussi sera le quatriesme plus grand. En quelques exemples toutesfois la raison est du tout contraire: de sorte, que d'autant que le troisiesme est plus grand, le quatriesme se trouue autant moindre. Comme si le muyd de blé froumẽt couste 5 escus, le pain valant vn stufer poisera quatre liures : ie demande, combien sera plus leger le pain de mesme pris, si le blé froumẽt ne vaut seulemẽt q̃ trois escus le muyd? Semblablemẽt quelque personnage a acheté 20 aulnes de drap, ayant 2 aulnes de largeur: ie demande, combien il faudroit d'aulnes d'autre drap, qui eust trois aulnes de large, pour en faire & retirer des sayes, ou autres habillemens? Tu voy clairement par le premier exemple, que d'autant que le blé couste moins, d'autant en est moindre la valeur du pain : par l'autre exemple tu cognois, que d'autãt que le drap est plus large, d'autant t'en faut il moins pour faire tes habits.

Autre exemple ſemblable. Vne compagnie de 3000 hommes eſt aſsiegée, laquelle n'a des viures que pour 7 mois: toutesfois il n'y a aucune eſperãce que le ſiege ſoit leué deuant vn an: ie demande, combien de ſoldats faudra il que le Capitaine caſſe, à fin que les viures ſuffiſent à la reſte juſques au bout de l'an, & combien en retiendra il auecques ſoy? Car en ceſt exemple d'autant que le tẽps ſera plus long, d'autant faudra il que le nombre des ſoldats ſoit moindre, pour auoir aſſez de viures.

Tout ainſi qu'en ces exemples, & autres ſemblables, la raiſon eſt renuerſée, auſsi la façon d'operer en eſt contraire. Multiplie dõc le premier par le ſecond, & diuiſe le produict par le tiers. Comme en ce troiſieſme exemple, multiplie 7 mois par 3000, il en viẽt 21000: leſquels diuiſe par 12 mois, qui font vn an: & tu trouueras que le viure, qui eſt dans la place aſsiegée, ne ſera ſuffiſant à nourrir par vn an entier, ſinon 1750 ſoldats, & qu'il faudra renuoyer le reſte. Le ſurplus eſt aſſez facile.

La

La troisiesme partie.

Des Reigles vulgaires.


E ceste seule reigle (laquelle à bon droit peut estre appellée Dorée) plusieurs diuerses reigles, ou enseignemés pour operer en sortent, comme les rameaux d'vn tronc: de sorte qu'elle sert quasi à toutes questiōs, & toutes les autres reigles s'appuyent & soustiennent sur icelle, comme sur vn fondement ou pilier. L'vne desquelles est la reigle double, laquelle tu pourras facilement comprendre par l'exemple ensuyuāt. On t'a amené de la marchādise de 30 miliaires, ou 15 lieues: il te faut payer pour le port de 20 liures de ladite marchandise la somme de 4 escus. Cōbien te faudra il payer pour le port de 50 liures de marchandise amenée depuis 40 miliaires, ou 20 lieuës? Si tu prens icy diligémment garde, quels nombres se respondent l'vn à l'autre & de nom & d'effait: quels nōbres sont premiers, & qui est le nombre du my-lieu: en faisant deux operatiōs, selon l'enseignement de la reigle des proportions: facilement tu rendras la resolution de ceste questiō. Et faut entendre que le nombre produict par la premiere operatiō, sera le mylieu en la derniere question. Comme, 20 liures donnent 4 escus: combien en donneront 50 liures? Elles donneront 10 escus. Puis dy, trente miliaires, ou 15 lieuës me donnent 10 escus: combiē m'en donneront quarante miliaires, ou 20 lieuës? il en viēt 13 escus & $\frac{1}{3}$ d'escu. Semblablement, 25 escus, en 4 ans, me rendent 8 escus de gain: combien de gain me rendront cent escus en 10 ans? Dy donc, vingtcinq escus m'en donnent 8: combien me donneront 100? tu trouueras 32 escus. Dy de rechef, 4 ans me donnent de gaing 32 escus: combien en

auray-ie de dix ans? il en vient 80 escus.

Item, 6 escus me gagnent 8 escus en 10 ans, en cõbiẽ d'années 3 escus feront 12 escus de profit? Note diligẽmẽt en cest endroit, que la premiere operation doit estre faite par la reigle de trois renuersée? car d'autãt que le sort sera moindre, il est besoing de plus long tẽps pour auoir egal profit. Dy donc ainsi: 6 escus donnẽt 10 années, cõbien en donnerõt 3 escus? Multiplie le premier par celuy du mylieu, &c, font 20. Dy encor: Si 8 escus me sont acquis en vingt années, en combiẽ d'années gagneray ie 12 escus? en 30 années, Toutesfois il te faut bien aduiser q̃ tu ne te confondes, ny troubles en l'appellatiõ des escus, veu que par fois ils signifiẽt le sort, & par fois le gain. Or il faut que le mesme soit signifié par le premier & troisiesme lieu de la reigle, comme a esté enseigné au parauant. Exemple, 7 cheuaux mangẽt 12 mesures d'aueine en 20 iours, 14 cheuaux combiẽ en mangeront ils en 15 iours? Dy donc, 7 cheuaux mangẽt 12 mesures d'aueine, 14 cõbiẽ en en mãgeront ils? tu en trouueras 24. En 20 iours sont mãgées 14 mesures, cõbien de mesures en 15 iours? 18 mesures, pose q̃ soient mines, ou quelque autre sorte de mesure que tu voudras. L'exẽple qui s'ensuit, est pareil au precedẽt. 10 moissonneurs moissonnent 15 arpẽs de blé en 7 iours, combien faudra il de iours à 16, moissonneurs pour moissonneur 20 arpẽs? Il faut aussi en cest exemple faire la premiere operatiõ, par la reigle renuersée, par-ce que, d'autant que plus y a de moissonneurs, d'autant faut il moins de temps. Dy donc ainsi: à 10 moissonneurs il faut 7 iours de tẽps: combiẽ en faut il à 16 moissonneurs? Multiplie 10 par 7, ils font 70: diuise les par 16, ils font 4 $\frac{3}{8}$ de iours. Dy encores: pour moissonner 15 arpens, il faut 4 iours $\frac{3}{8}$: cõbien en faudra il pour 20 arpens? Opere par la reigle, & tu trouueras 5 iours & $\frac{5}{6}$ de iour, c'est à dire 5 iours & 29 heures. Voy l'operation suyuante.

10 7 16

10

70 (4 $\frac{3}{8}$

16

La ſeconde operation.

15 4 $\frac{3}{8}$ 20

20

$\frac{700}{8}$ à diuiſer, par $\frac{15}{1}$.

$\frac{700}{120}$, qui ſont 5 $\frac{5}{6}$.

LA REIGLE DE COMPAGNIE,

ou (comme l'on dit) de ſocieté.

QVatre marchands ſe ſont accompagnez enſemble, et ont gagné 3000 eſcus: le ptemier deſquels auoit ſeu lement apporté 30 eſcus: le ſecond, 50: le troi-ſieſme, 60: le quatrieſme 100. On demande combiē doit auoir de gain chacū deux, pour ſon argent mis en ſort. Il y a peu de diffetēce, ou rien: entre ceſte reigle & la reigle de trois. Collige dōc, & mets en vne ſomme tout l'argēt qu'ils ont tous apporté, par le moyen d'addition: c'eſt à ſçauoir, 30, 50, 60, & 100 eſcus: il en viēt 240 eſcus. Dy donc ainſi: 240 eſcus ont gagné 3000 eſcus, combien en gagnerōt 30? puis opere ſelō que la reigle t'enſeigne: par ainſi tu trouueras pour le le gain du premier 375 eſcus. Et pour trouuer le gain du ſecond, dy ainſi: 140 eſcus en gagnēt 3000: combiē 50 eſcus en gagneront ils? Et par ainſi pour tous tu dreſſeras vne reigle de trois, de ſorte q̄ touſiours le premier nōbre, qui eſt le diuiſeur, ſoit la ſom me totale de l'argēt de tous: le nombre du milieu, ſoit le gain entier: au troiſieſme lieu mettāt le ſort du profit d'vn chacun deux. Le premier donc aura de profit pour ſon ar gent, 375 eſcus: le ſecond 625: le troiſieſme 750: & le quatrieſme emportera de gaing 1250 eſcus: leſquelles

sommes mises ensemble, font 3000 escus. La raison de ceste reigle de compaignie, est prinse de la douziesme du septiesme liure d'Euclide.

L'operation en est telle.

240 Diuiseur.	3000	30	font 375
		50	625
		60	750
		100	1250
		240	3000

FORCADEL.

Mais puis que 3 est le $\frac{1}{8}$ de 24, le gain du premier sera la huictiesme partie de 3000 escus, c'est à sçauoir, du gain: qui sont 375: & le gain du troisiesme sera la quarte partie du gain de tout, c'est à sçauoir, 750 escus: ou bien, puis qu'il a mis le double du premier, il aura aussi le double du gain du premier, q sont les mesmes 750 escus: car par deux antecedens, & le consequent de l'vn on trouue le consequent de l'autre, faisant en la reigle de trois de l'antecedent, duquel on cognoit le consequent, le premier nombre: le secõd soit le consequent cogneu: & le troisiesme, l'autre antecedent. Et cela se transforme ainsi, par l'vnzieme proposition dudit cinqiesme. Et par l'vne & l'autre façon de faire, le secõd ayãt 625 escus, il en appartient au quatriesme le double d'autant, c'est à sçauoir, 1250. Et ainsi la raison des antecedens & consequens, ou des consequens & antecedens, estant vne mesme auec celle de leurs deux sommes; c'est à sçauoir, $\frac{2}{25}$, ou 12 $\frac{1}{2}$: en apres que tous les gains adioustez ensemble font tout le gain: cela monstre qu'vn chacun a iustement ce qui luy appartient.

PHRISON.

Il y a semblable raison en la perte, comme au gain. Cõme, si vne nauire estoit rõpue, & les marchandises estoiẽt gettees en la mer: tous ceux qui ont commencé la compagnie, portent egalement la perte, selon le diuers pris des

mar-

marchandises d'vn chacun. Comme, si la marchandise du premier valoit 300 escus: du second, 400: du troisiesme, 500: & il est getté des marchandises pour 100 escus: le premier perdra 25: le second 33 $\frac{1}{3}$: le troisiesme 41 $\frac{2}{3}$: & celuy duquel les marchandises ont esté gettées, reprendra l'argent de la perte des autres.

FORCADEL.

Si les marchandises gettées sont du premier, par ce que sa perte est le $\frac{1}{4}$ de 100 escus, c'est à sçauoir, 25 escus, & que la difference de 100 à 25 est, 75 escus, il les doit reprendre des deux autres, par la 19e proposition du cinqiesme, & vnziesme proposition du septiesme d'Euclide. Si du second, sa perte est le $\frac{1}{3}$ de 100 escus, c'est à sçauoir, 33 $\frac{1}{3}$: dont la distance à 100, est le double, c'est à sçauoir, 66 $\frac{2}{3}$, qu'il doit reprẽdre des deux autres. Et si toute la perte est sur le troisiesme, il doit perdre tant seulemẽt les $\frac{2}{3}$ du premier, plus que le premier: ou le $\frac{1}{4}$ du second, plus que le second: ou biẽ, les $\frac{5}{12}$ de 100, ou $\frac{5}{3}$ de 25, qui font 41 $\frac{2}{3}$: dont il doit tant seulemẽt reprendre des autres, 58 $\frac{1}{3}$, par lesdites propositions. Si les marchandises perdues sont des deux, ou de tous trois, celuy qui a plus perdu qu'il ne doit, doit estre recompensé de l'vn des autres, ou des deux, &c.

PHRISON.

Ceste question icy est d'vne mesme sorte. Trois ont acheté 1000 liures de canelle, pour 300 escus: le premier en prend 200 liures: le second, 350 liures: le troisiesme, 450 liures: cõbien payera vn chacun? Car si tu dis, 1000 liures valent 300 escus, combien 200 liures? encores combien 350? & tiercemẽt combien 450? Et ces trois operatiõs de la reigle de trois parfaites, le premier payera 60 escus: le second, 105: le troisiesme, 135.

FORCADEL.

Il est certain, que le premier doit $\frac{1}{5}$, & par ce il payera le $\frac{1}{5}$ de 300, c'est à sçauoir 60: & le second doit la moitié du premier, & le $\frac{1}{4}$, qui est la moitié, & la moitié de la moitié plus q̃ le premier:

il payera doncques 105 escus, qui viennent de 60, 30, & 15 adiou stez ensemble. Puis apres le troisiesme doit 10 d'auantage, par-ce q̃ la differẽce de luy au second est 10. Il doit doncques 2 fois 15, le 15 estant venu pour 5, c'est à sçauoir, 30 escus plus que le second, qui font 135 escus: ou bien, le troisiesme doit autant que le double du premier adiousté auec le quart du premier, qui est 15, pour tousiours deuoir 135 escus. Dont s'ensuit la façon de faire.

20ø	60
35ø	105
45ø	135
100ø	300

60 doubles pour le troisiesme.

30 *auec* 15

15

105

30

135

Du diuers espace de temps en compagnie.

PHRISON.

Trois marchans, ayans commencé la compagnie, ont gagné 2345 escus: mais le premier fait seruir son argent, sçauoir est, 40 escus, iusques au bout de 14 mois: le second 50, au bout de 8 mois: le troisiesme a apporté 85 escus, pour 6 mois: on demande, combien viendra à chacun, tant pour la raison de son argent, qu'aussi du tẽps. Ceste reigle icy aussi est briefuement reduicte à la reigle de trois, en ceste sorte: Le milieu, ainsi que deuant, sera le gain: le troisiesme, l'argent d'vn chacun multiplié par son temps. Car il faut que la proportion du gain soit composée de la proportion de l'argent & du tẽps. Parquoy l'argent d'vn chacun d'iceux par chacun son temps, garderont par les produicts, l'vne & l'autre raison, sçauoir est, de l'argent & du temps, comme il appert en la cinqiesme

du

du huictiesme d'Euclide. Posons doncques pour le premier, 560: pour le second, 400: pour le troisiesme, 510: ayant premierement par addition assemblé la somme de ces trois, ainsi comme 1470. Fais maintenant selon la reigle de compagnie, le premier aura 893 $\frac{1}{3}$, ou $\frac{7}{21}$: pour le second, 638 $\frac{2}{21}$: le troisiesme, 813 $\frac{12}{21}$, ou $\frac{4}{7}$. Regarde toutesfois que le tẽps d'vn chacun soit d'vne mesme denomination, & semblablement l'argent. S'ensuit la maniere de faire.

40		14		560
50	en	8	font	400
85		6		510
				1470

147ø		2345.		56ø?		893 $\frac{7}{21}$
147ø	dõnent	2345.	cõbien	40ø?	font	638 $\frac{2}{21}$
147ø		2345.		51ø?		813 $\frac{12}{21}$
				1470. somme 2345.		

3		335.		8?	
21	dõnent	335.	combiẽ	40?	font les mesmes.
7		335.		17?	
		2345			
		5695			
		813 $\frac{4}{7}$			

FORCADEL.

Pour bien entendre la propre cause, pourquoy ici l'argent d'vn chacun se multiplie par son tẽps: il faut en premier lieu estre aduerty qu'il ne se fait aucune cõpagnie, sans q̃lque espace de tẽps, lequel est egal ou inegal. Quãd il est egal, c'est à dire, q̃ l'argent de l'vn a seruy autãt cõme l'argent de l'autre: alors (comme nous auons veu) vn chacũ prend le gain, ou porte la perte proportionnellemẽt selon son argent. Et quand le tẽps est inegal, c'est à dire, que l'argent de l'vn a seruy plus, ou moins, que l'argent de l'autre: alors

alors vn chacun prend le gain, ou perte, selõ la raisan de l'argẽt, & du temps. Car si mon argent a tousiours seruy, & le vostre nõ: la raison veut, que ie gagne plus que vous, & que vous ne gagniez pas tant que moy: car autrement, tout trauail cesseroit. A celle fin doncques que nous puissions mieux entendre, comment tout cela se fait, il nous faut proposer vn exemple fort familier, tel que le suyuant: il y a trois compagnons, qui ont gagné 63 escus: le premier, auoit mis 10 escus, pour 4 mois, c'est à dire, qui ont seruy 4 mois: le second, 12 escus, pour 9 mois: & le troisiesme a mis 7 escus, pour 8 mois: on demande le gain d'vn chacun. Premieremẽt, ie regarde que 63 escus, qui est la chose qui se doit diuiser, demeurent tousiours en leur entier, pour estre diuisez: & que les nombres, ou antecedens, ou consequens, par lesquels se doit faire la diuision, doiuent estre faits des autres proposez, par composition de multiplication de l'vn par l'autre, & non, par addition: car 10 escus, & 4 mois, ne font ny 14 escus, ny 14 mois: tout ainsi que $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ ne se peuuent adiouster ensemble, quand l'vne est d'vn cheual & l'autre d'vn beuf, quelque reduction qu'on face en $\frac{4}{12}$ & $\frac{3}{12}$. Mais 10 escus, pour vn mois, font biẽ pour 4 mois, 4 fois 10 escus, c'est à sçauoir, 40 escus, &c. Ie reuiendray doncques de l'egalité à l'inegalité, puis à l'egalité: & me proposerey le premier auoir mis 10 escus, pour vn mois: le second, 12 escus, pour vn mois: & le troisiesme, 7 escus, pour vn mois: & que, si ainsi estoit, les nombres, par lesquels se doit faire la diuision, seroient les mesmes 10 escus, 12 escus, & 7 escus. Mais l'argent du premier a seruy 4 fois autant de temps, cõme ie me suis proposé: & par ainsi son argent doit estre estimé 4 fois autant, c'est à sçauoir, 40 escus: car 40 escus en vn mois, gagnẽt autant que 10 escus en 4 mois. L'argent du second a seruy 6 fois autãt de tẽps, il sera doncques estimé 6 fois 12, c'est à sçauoir, 72 escus, qui gagnent en vn mois autant, que 12 escus en 6 mois. Et puis que l'argent du troisiesme a seruy 8 fois autant, il sera estimé 56 escus, lesquels aussi gagnent autãt que 7 escus en 8 mois. Voyla cõment l'argẽt d'vn chacun se multiplie par son temps, pour auoir les diuiseurs selon la raison:

ce qui

ce qui peut demonstrer aussi, ainsi: Le plus grand temps est de celuy, qui a tousiours seruy, c'est à sçauoir, icy 8 mois: parquoy son argent doit estre compte tout entier: car 7 escus en 8 mois, gagneront autant, que 56 escus en 1 mois. Et l'argent des autres doit estre compté selon les raisons du plus grand temps aux autres, disant pour le premier, que, si son argent eust seruy 8 mois, on eust compté pour son argent 10 escus, ayant mis autant, & que pour 4 mois sera compté pour 5 escus, c'est à sçauoir, la $\frac{1}{2}$ de 10 escus, comme l'autre a esté compté l'entier de 7. Et comme il soit ainsi, que 4 mois sont la moitié de 8 mois: & si pour 8 mois on eust cõpté 12 escus pour le second, pour 6 mois, qui sont les $\frac{3}{4}$ de 8 mois, on luy doit compter les $\frac{3}{4}$ de 12 escus, c'est à sçauoir, 9 escus: car en l'vn, 5 escus en 8 mois gagnent autant que 10 escus en 4 mois: cõme il soit ainsi, que la raison, qui se fait des raisons $\frac{5}{10}$ & $\frac{8}{4}$ est egale: & par mesme cause en l'autre, ou pour l'autre, 12 escus en 6 mois, gagnent autant, que 9 escus en 8 mois. Les diuiseurs doncques selon la raison, seront, 5, 9, & 7: par-ce que la $\frac{1}{2}$ de 10, est 5: les $\frac{3}{4}$ de 12, est 9: & l'entier de 7 escus, est 7 escus. Mais lesdits nõbres 40, 72, & 56, ont vne mesme raison auec ceux cy: estant tres certain, que $\frac{4}{8}$, $\frac{6}{8}$, & $\frac{8}{8}$, valent $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, & $\frac{1}{1}$: & que les $\frac{4}{8}$ de 10, font $\frac{40}{8}$: les $\frac{6}{8}$ de 12, font $\frac{72}{8}$: & les $\frac{8}{8}$ de 7, font $\frac{56}{8}$: ausquelles mesmes ont vne mesme raison 40, 72, & 56, qui prouiennent tousiours d'vn chacun argent par chacun son temps, dont on à pris ladite reigle: & pourroit on dire, pour contenter l'vne & l'autre partie, & mõstrer commẽt se doit faire la diuision de leur gain. Trois ont fait vne compagnie d'vn mois, & ont gagné 63 escus, desquels le premier a mis 40 escus: le second, 72: & le tiers 56. Ou biẽ, la compagnie a esté de 8 mois: le premier a mis 5 escus: le second, 9 escus: & le troisiesme 7 escus. Le premier doncques aura 15 escus: le secõd 27 escus: & du mesme gain le troisiesme aura 21 escus: & autãt en appartient aux trois de nostre exẽple proposé, cõme estant vne mesme chose ou faisant vne mesme effait. Ainsi se voit, que le gain de l'vn au gain de l'autre ont vne mesme raison, qu'est celle qui se fait des raisons, dõt l'vne est la raison de l'argent de l'vn à l'argent

gent de l'autre: & l'autre, du temps de l'vn au temps de l'autre. Il en vient doncques deux plans ou nõbres composez, desquels les costez de l'vn, sont largẽt & le temps de l'vn: & de l'autre, l'argẽt & le temps aussi de l'autre. Et d'iceux costez se fait ladite raison du gain au gain, par la 23ᵉ du sixiesme, & ladite 5ᵉ du huictiesme d'Euclide. Ie ne puis passer plus outre, sans premierement te demõstrer autrement la cause de ladite reigle. Pose que le premier, &c. ait gagné 20 escus: maintenant pour sçauoir le gain du second, &c. dis par la premiere des deux premieres reigles de ceste troisiesme partie, que, quand 10 escus en 4 mois, ont gagné 20 escus, 12 escus en 9 mois, gagneront 36 escus. Alors doncques que le gain du premier est 20 escus, celuy de second sera 36 escus. Or est il ainsi, comme nous auons lá demonstré, que la raison de 20 á 36, c'est à sçauoir, du gain au gain, est faite des deux $\frac{10}{12}$, & $\frac{4}{6}$, c'est à dire, qu'elle est telle, que de 40 à 72: & 40 vient de l'argent du premier, multiplié par son temps: 72, de l'argent du second, multiplié aussi par son temps. Dont veritablement est venuë ladite reigle: comme vne autre propre cause, de laquelle on la tient. Le temps doncques de mesme nom, multiplié par l'argent, donne lesdits nombres. Et de lá tu te souuiendras, qu'on multiplie plustost l'argẽt par le temps, que prendre d'vn chacun argent la partie, ou les parties telles qu'est le tẽps d'vn chacun à tout le plus grand tẽps de tous: parce qu'on a plustost multiplié, que party, d'vne part: & de l'autre, q̃ tousiours les parties, qu'on doit prẽdre de l'argent, ne se peuuent pas prendre, sans qu'il n'y entreuienne des fractions.

PHRISON.

Celle cy est semblable: Trois ont gagné en cõmun sort 1000 escus: le p̃mier a apporté 30 escus pour neuf mois: le secõd 70 escus: le troisiesme 100 escus: quelcun demãde, cõbien de temps il faut que l'argẽt des deux derniers soit en la cõmunauté, à fin q̃ le premier ayt 500 escus: le second, 300: le troisiesme 200. Or parce qu'il faut multiplier le temps par l'argent, ainsi que nous auons declaré en la precedente questiõ, multiplie 30 escus par 9, ils font

270. Maintenant dy: 500 escus, que le premier prend, valent 270: combien 300, que prend le second? Fais selon la reigle, il en viendra 162. Il faut que l'argēt du second, multiplié par son temps, face autant. Si doncques tu diuises 162 par 70, tu trouueras le tēps, c'est à sçauoir, deux mois & $\frac{11}{35}$ de mois. Semblablement le temps du troisiesme est trouué 1 mois $\frac{2}{25}$.

FORCADEL.

En cest exemple, par les trois gains, on propose trois antecedēs: & par le produict de l'argent du premier, multiplié par son tēps, le premier consequent. Doncques par deux antecedens & le consequent cogneu, on trouuera le consequent incogneu de l'antecedent qui luy respond. Cōme icy, par 500, 300 antecedēs, & 270 consequent, on trouue 3 fois 54, c'est à sçauoir, 162, qui est le produict de 70, multiplié par le nombre du tēps qu'on cherche. Dōcques 162, diuisez par 70, c'est à sçauoir, 81 par 35, font 2 $\frac{11}{35}$ d'vn mois: & par 500, 200 les antecedens, & 270 consequent, on trouue 108, l'autre consequent: lequel party par 100, c'est à sçauoir, 27 par 25, il en vient 1 $\frac{2}{25}$: ou 108 party par 100, fait 1 $\frac{8}{100}$, qui valent 1 $\frac{2}{25}$. Et aussi par 300, 200 antecedens, & 162 consequent, on trouue le mesmes 108 de 2 fois 54. Mais si tu dis, que 30 escus, en 9 mois, gagnent 500 escus: en combien, 70 escus gagneront 300 escus? Tu trouueras, par la seconde des deux premieres reigles de ceste troisiesme partie, $\frac{81}{35}$, c'est à sçauoir, en 2 mois $\frac{11}{35}$: & si 30 escus en 9 mois, gagnent 500 escus, en combien de temps 100 escus gagneront 200 escus: il en viendra 1 mois $\frac{2}{25}$, de $\frac{27}{25}$, &c.

PHRISON.

Douze chanoines & 20 chapellains, ont à diuiser tous les ans 3000 escus, sous telle condition, qu'vn chacū chanoine en prendra 5, toutes fois & quantes que le chapellain en prēdra 4: combien est il deu à vn chacun? En cecy, comme nous auons dit parauant, multiplie le nōbre des personnes par le nombre denotant combien ils doiuent

auoir

auoir à chacune fois, c'est à sçauoir, 12 par 5, font 60: & 20 par 4, font 80: adiouste les ensemble, font 140. Dis maintenant, 140 donnent 3000, combien 60? & combiẽ 80? Tu trouueras doncques pour tous les chanoines 1285 escus $\frac{5}{7}$: & pour les chapellains 1714 $\frac{2}{7}$. Et la diuision monstre, combien vn chacun doit auoir.

12 par 5	font	60	1285$\frac{5}{7}$
20 par 4		80	1714$\frac{2}{7}$
		140	—— 3000

1285$\frac{5}{7}$ | 107$\frac{1}{7}$ 107$\frac{1}{7}$ 5   85$\frac{5}{7}$ 4   428$\frac{2}{7}$ 7$\frac{1}{2}$ | 1714$\frac{2}{7}$ | 85$\frac{5}{7}$ 20 10

FORCADEL.

Quand vn chanoine prend 5 escus, il est certain que 12 chanoines prendront 60 escus: et si vn prestre en prend 4, les 20 en prendront 80. De 140 escus donc, les chanoines en prennẽt 60: et les chapellains, 80: par ainsi de 3000 escus, les chanoines en prendront 1285 $\frac{5}{7}$: & les chapellains, 1714 $\frac{2}{7}$, par la dixneufiesme proposition du cinqiesme, & 11e proposition du septiesme. Ou bien, pour trouuer la raison du gain de tous les chanoines au gain de tous les chapellains, dis que quãd 12 chanoines (auec 5 escus pour chanoine) gagnent quelque chose, 20 prestres (auec 4 escus pour prestre) gagneront tant, que le gain des chanoines au gain des chapellains, auront vne telle raison, que 12 fois 5 à 20 fois 4. Cela fait, tu diuiseras 1285 escus $\frac{5}{7}$, par 12: il en vient 107 $\frac{1}{7}$, pour vn chacun chanoine: par-ce qu'il reste 12 septiesmes à partir par 12, qui font $\frac{1}{7}$. Et si tu diuises 1714$\frac{2}{7}$ par 20, tu trouueras premierement 85, & de reste 14 $\frac{2}{7}$, qui font 7 $\frac{1}{7}$ à partir par 10, c'est à sçauoir, 50 septiesmes: dont il en vient $\frac{5}{7}$: et les deux derniers combien 5 ont la raison de 5 à 4.

PHRISON.

Titius en son decés, laissant sa femme grosse, luy a delaiss-

delaiſſé $\frac{1}{2}$ de ſes biens, qui valoient 3600 eſcus, ſi elle enfantoit vne fille, & la tierce partie à la fille : mais ſi elle auoit vn fils, la mere auroit la tierce partie: & le fils, la moitié. mais elle a eu vn fils & fille à ſon enfantement. On demande quelle ſera la portion d'vn chacun, à fin que le vouloir du teſtateur ſoit fait.

FORCADEL.

Quand il veut, que ſa femme ayt la moitié des biens, & la fille la tierce partie: il ſe doit entendre, qu'il entend, que pour vne chacune moitié d'eſcu, que la mere prendra, la fille en prendra vne tierce partie. Pour 1 eſcu doncques que la mere prendra, la fille en prendra $\frac{2}{3}$ parties: & à chacune fois que la fille prẽdra 2 eſcus, la mere en prendra 3, c'eſt à dire, que (la raiſon de $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{3}$ eſtant telle, qu'eſt de 3 à 2) il entend que pour chacun 3 eſcus, que la mere prendra, la fille prendra de la reſte 2 eſcus. Ce qui ſ'entend de la mere à la fille, ſe doit entendre du fils à la mere: ainſi que ie l'ay deſia monſtré en ſon endroict. Et à celle fin que ie te deſcharge de ce, qui te pourroit de beaucoup empeſcher: tu dois entendre, que le teſtateur entend, que ſes biens ſoient diuiſez en telle ſorte, que $\frac{1}{2}$ ſoit l'antecedent de l'vn: & $\frac{1}{3}$ l'antecedent de l'autre: & tous ſes biens, la ſomme des cõſequens. Car ſ'il entẽdoit, que l'vn ayant pris la moitié du tout, l'autre prendra le tiers du tout de ce qui reſte: puis l'vn la moitié, & l'autre le tiers, &c. la diuiſion ne ſeroit iamais faite. Et ſ'il donnoit à l'vn les $\frac{3}{4}$, & à lautre le tiers, de quoy prẽdroit l'vn le tiers, ou l'autre les $\frac{3}{4}$?

PHRISON.

Premierement, voy le vouloir du teſtateur, qui a voulu, que la fille euſt la plus petite partie, & le fils la plus grande.

FORCADEL.

Parce que des deux raiſons la premiere ſe refere de la mere à la fille: & l'autre de la mere au fils: de là vient, que l'antecedent qui eſt ſous le nom de la mere, doit eſtre l'entredeux: & les autres les extremes.

PHRISON.

Cherche donc vn nõbre, qui se puisse diuiser en telles parties, qui sont icy proposées, c'est à sçauoir, 2 & 3: ainsi comme 6 la moitié d'iceluy vaut 3: & le tiers 2. Tu vois doncques les parties de ces biés se deuoir rapporter, comme 2 de 3, c'est à dire, quãd la fille a 2 escus, il en sera deu 3 à la mere: & si la mere en a 2, il en sera deu 3 au fils.

FORCADEL.

Les mesmes qu'à la fille quand la mere, a la mere quand le fils: par ce que la raison de la mere au fils est telle, qu'est de la fille à la mere. Et par ce, quiconques a l'vn, il a l'autre.

PHRISON.

Par la reigle de trois doncques, si la fille en prend 4, il en sont deuz 6 à la mere, & 9 au fils.

FORCADEL.

Par-ce que 2 & 3 sont les plus petits de la raison d'autant & demy, ou de 1 ½: il est impossible de leur trouuer vn troisiesme proportionnel par la seisiesme proposition du neufiesme liure d'Euclide. Par ainsi donc ie prens le prochain plusieurs fois de l'vn & de l'autre, c'est à sçauoir, 4 & 6: par-ce que ie cherche la raison de 2 à 3. Que si au contraire estoit, il me faudroit prendre le triple de l'vn & de l'autre, pour pouuoir respondre (par le 18e dudit neufiesme) qu'auec iceux plusieurs fois y a vn troisiesme proportionnel, lequel est 9. Ou bien, ie diray que, si alors que la fille prẽd deux escus, la mere en prend trois, alors que la fille prẽdra le prochain plusieurs fois de deux, qui est 4, la mere en prendra le prochain plusieurs fois de 3, qui est 6. Puis par-ce que 6 est le plusieurs fois de 2, ie diray pour le fils, que quand la mere en prend 2, & le fils 3: si la mere en prend 6, le fils en prendra 9. D'auãtage, pour trouuer trois nõbres, desquels la raison du premier au secõd est cõme 2 à 3, & du second au troisiesme la mesme: estãs 2 & 3 les plus petits, & aussi 3 & 2, par la 4e proposition du huictiesme, ie multiplieray 2 & 3, par 2, & 3 par 3, feront 4, 6, & 9. Mais ie m'aduise que i'ay ignoré la continuatiõ de la raison: dont ie m'aduise aussi que ie

que ie pouuois par la seconde proposition du mesme huictiesme, multiplier 2 & 3 premierement par 2, & puis par 3, c'est à sçauoir, par l'vn & puis par l'autre, pour tousiours auoir 4,6,9.

PHRISON.

Tu trouueras plus facilement ces trois nombres icy par proportion continue sesquialtere, de laquelle nous parlerons cy apres.

FORCADEL.

Il est certain, si 2 donnoit 3, que 3 donneront 4 ½, c'est à dire, que si, alors que la mere prend deux escus, le fils en prend 3, alors que la mere prendra 3 escus, le fils en prendra 4 ½. Or est il ainsi, que quand la mere prend 3 escus, la fille en doit auoir 2: alors dõcques que la fille prend 2 escus, la mere en prend 3, & le fils 4 ½: lesquels 2,3,4 ½, doublez font 4,6,9, comme au parauãt, & ont la raison mesme des autres, tout ainsi que les plusieurs fois aux simples, par la 15 proposition, que i'ay par tant de fois nommée.

PHRISON.

Il te suffira maintenãt, qu'il faut sçauoir asigner trois nombres, s'entresuyuans par telle raison, comme ½ & ⅓: & tels sont 4,6,9: car 4 sont ⅓ de 12, desquels 6 sont ½. Encores 6 sont ⅓ de 18, desquels 9 sont ½.

FORCADEL.

Si la raison de 4 à 6 est comme 2 à 3, par la 19e du septiesme, 3 fois 4 & 2 fois 6 feront vn mesme nombre, c'est à sçauoir, 12: duquel le ⅓ est 4, par-ce qu'l est venu de 3 fois 4: & la moitié, 6, par-ce qu'il est aussi venu de 2 fois 6. Encores si la raison de 6 à 9 est comme 2 à 3: le nombre, qui se fait de 2 fois 9, ou 3 fois 6, est 18, duquel le tiers est 6, estant venu de 3 fois 6, & la moitié est 9, estant fait de 2 fois 9, &c..

PHRISON.

Iceux trouuez, fais selon la reigle de compagnie: adiouste 4,6,9, ils font 19. Dis 19 prennent 3600, combien en prendra 4? combien 6? & combien 9? Et ayãt fait vne

operation pour vn chacun, ils bailleront à la fille 757 escus $\frac{17}{19}$: & la mere, 1136 escus $\frac{16}{19}$: & au fils, 1705 escus $\frac{5}{19}$.

FORCADEL.

Ayant cogneu ce que l'vn des trois doit auoir, & considerant que de 2 pour en faire 3, ou de 4 pour en faire 6, de 6, 9, on adiouste la moitié à 2, à 4, & à 6: puis apres pour faire de 3, 2, ou de 6, 4, ou bien, de 9, 6, on leue le tiers de 3, de 6, & de 9: par la continuelle addition de la moitié, on cognoist les parties des deux autres, par la 15e & 12e propositiõs du cinqiesme, & douziesme du septiesme: ou par la cõtinuelle soustraction de la tierce partie, par la 15e & 19e propositions du cinqiesme, & vnziesme proposition dudit septiesme: ou bien, par les vnes & par les autres on cognoist les parties des deux autres, par l'addition de la moitié, & soustraction de la tierce partie. Et ne sois pas estonné à prendre la moitié de 1 $\frac{17}{19}$, veu quils sont $\frac{36}{19}$, dont la moitié est: $\frac{18}{19}$ le tiers de 1 $\frac{5}{19}$, c'est à sçauoir, de $\frac{24}{19}$, sont $\frac{8}{19}$: encores de 2 $\frac{16}{19}$, qui valent $\frac{54}{19}$, la tierce partie est $\frac{18}{19}$, &c.

PHRISON.

On a laissé 7851 escus à trois lignées par testament, ou par quelque autre façon que tu voudras, & par telle cõdition que la premiere prẽdra $\frac{1}{2}$: l'autre $\frac{1}{3}$: & la troisiesme $\frac{1}{4}$.

FORCADEL.

Il se doit entendre, que la premiere aura pour antecedẽt la moitié du tout: l'autre, le tiers: & la troisiesme, le quart du tout: qui ont vne mesme raison auec $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$: ausquelles parties ont vne mesme raison 6, 4, 3. Et tout cela se fait par la 15e & 11e propositions du cinqiesme. Et par ainsi 6, 4, 3, seront aux lieux des antecedẽs: puis 13, qui est leur somme, sera au lieu de la somme des principaux antecedens, par le 12e propositiõ dudit cinqiesme. Car il est tousiours besoing de trois nõbres en ces endroicts, c'est à sçauoir, deux antecedẽs & vn cõsequẽt, ou deux tous auec l'vne des parties.

PHRISON.

Celle icy est semblable à la precedente. Pour les parties dõcques certaines il te faut establir de parties certaines

de

de quelque nõbre, qui ſe puiſſe diuiſer en ceſte ſorte, c'eſt à ſcauoir, en 2, 3, & 4. Et quand tu ne peux quelque fois trouuer celuy nombre, multiplie entr'eux ceux, que tu veux eſtre diuiſeurs: comme 2 par 3, font 6: iceux par 4, font 24: c'eſt le nombre que nous cherchons.

FORCADEL.

Car 24 eſtant nombré de 6, qui eſt nombré de 2 & de 3, ſe partira par 2, par 3, & par 4: & qui plus eſt, le pluſieurs fois du tiers de 24, ſe partira par 2, & par 4: le pluſieurs fois de la moitié, par 3 & par 4: & le pluſieurs fois du ſixieſme, par 2 & par 3, &c.

PHRISON.

Mais ſi de ton eſprit tu en peux trouuer vn tel, ou plus grand, ou plus petit, il n'y a point d'intereſt: ainſi comme en noſtre exemple propoſé, 12 ſe peut diuiſer par 2, 3, & 4. Diuiſe doncques & mets pour la premiere lignée, 6, cõme $\frac{1}{2}$: pour la ſeconde, 4, c'eſt à ſçauoir, $\frac{1}{3}$: pour la troiſieſme 3, qui ſont $\frac{1}{4}$ de 12. Et auec ces parties icy 6, 4, 3, pourſuis par la reigle de compagnie, comme deſſus. Le diuiſeur ſera 13: & la premiere portion, 3623 $\frac{1}{13}$: la ſeconde, 2415 $\frac{5}{13}$: la tierce, 1811 $\frac{12}{13}$.

FORCADEL.

Ayant la premiere portion, la moitié eſt la troiſieſme: & de ceſte le tiers plus, ou de l'autre le tiers moins, eſt la ſeconde, &c.

PHRISON.

Quatre ont baſty des maiſons pour 3000 eſcus: le premier en baille $\frac{1}{2}$ auec 6 eſcus: le ſecond, $\frac{1}{3}$ auec 12 eſcus: le troiſieſme, 8 eſcus moins que $\frac{1}{3}$: le quatrieſme, $\frac{1}{4}$ auec 20 eſcus. Combien payent vn chacun?

FORCADEL.

Combien que i'aye deſia eſcrit ceſte cauſe en mes liures d'Arithmetique, ie ne laiſſeray pas toutesfois de dire, que ceſte queſtion ſe doit entẽdre propoſé ainſi: Quatre ont baſty des maiſons, la ou ils penſoient taut ſeulemẽt deſpendre vne certaine ſomme qui eſt encloſe en 3000 eſcus: de laquelle & de 8 eſcus plus, le premier en

 baille

baille la moitié, pour son antecedent: le second, le tiers: le troisiesme, $\frac{2}{3}$, il s'en faut lesdits 8 escus: & le quatriesme, le quart. Mais on leur dit que ledit bastiment couste 38 escus d'auantage, pour n'interrompre la bône affection du troisiesme, le premier est desquels content d'en bailler 6 escus: le second 12: & le quatriesme, 20 escus. La reste est facile, &c.

PHRISON.

En tels exemples, premierement oste de la somme à diuiser ce, qui est outre les portions establies, & ce, qui deffaut, adiouste le: comme, pour le premier, oste 6: pour le secōd 12: & pour le quatriesme: 20: la somme de ceux cy vaut 38 escus: mais adiouste 8, pour le tiers. Oste dōc ques 38 de 3000, restent 2962: ausquels de rechef adiouste 8, font 2970.

FORCADEL.

Le nombre enclos auec 8 & 38, font 3308: duquel qui en leue 38, il reste 2670: ou biē, 38 moins 8. font 30, lesquels soustraicts de 3000, il reste 2970, à diuiser selon les antecedens, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$.

PHRISON.

Diuise ceste somme par la reigle de compagnie, ainsi que i'ay enseigné en la precedente, cherchant vn nombre qui se puisse diuiser par 2, 3, & 4, c'est à sçauoir, 12, en mettāt pour le premier, 6: pour le second, 4: pour le troisiesme 8: pour le quatriesme 3: lesquels adioustez ensemble, font 21: cestuy sera le diuiseur, & le premier nombre: le milieu, 2970: le troisiesme, 6, 4, 8, 3. Tu trouueras en ceste sorte, pour le premier, 848 $\frac{4}{7}$: pour le second, 565 $\frac{5}{7}$: pour le troisiesme, 1131 $\frac{3}{7}$: pour le quatriesme, 424 $\frac{2}{7}$. Mais maintenant adiouste au premier ses 6, font 854 $\frac{4}{7}$: encores au second, 12, font 577 $\frac{5}{7}$: & oste au troisiesme 8 escus, restent 1123 $\frac{3}{7}$: adiouste 20 au quatriesme, il en vient 444 $\frac{2}{7}$. la somme d'iceux fait 3000 escus, qui estoit la somme à diuiser.

6 848

6		$848\frac{4}{7}$ auec	6	$854\frac{4}{7}$
4		$565\frac{5}{7}$ auec	12	$577\frac{5}{7}$
8	font	$1131\frac{3}{7}$ leue	8	$1123\frac{3}{7}$
3		$424\frac{2}{7}$ auec	20	$444\frac{2}{7}$
21		2970		3000

pour le quatriesme, $424\frac{2}{7}$ par 2, pour le premier.

$141\frac{3}{7}$

pour le second, $565\frac{5}{7}$ par 2, pour le troisiesme.

Il y en a aucuns toutesfois, qui procedẽt icy autremẽt, en ostant & adioustant, non pas à la somme qu'il faut diuiser, mais aux parties ꝓposées d'vn chacũ. Mais ie pourrois icy demonstrer telle raison estre faulse, sinõ qu'il seroit trop long, cõme facilement il appert, en posant d'autres nõbres, ou plus grãds, ou plus petits pour vn chacun.

FORCADEL.

La premiere chose, qui monstreroit leur raison estre faulse en cest exemple, est, que le troisiesme ne payeroit rien. parquoy en vain se seroit il mis en ieu.

La seconde est, que s'ils prennent des nombres plus grands que douze, à celle fin que le troisiesme soit en ieu, cõme 36 & 24, il en viendroit pour l'vn, 24, 16, 29: & pour l'autre 18, 20, 8, 26: selon la raison desquels qui diuise 3000 escus, il trouue d'vne part d'vn, & de l'autre d'autre: par-ce que les raisons de 24 à 18, de 24 à 20, & de 29 à 26, sont plus petites, que la raison de 36 à 24, par la 4e propositiõ du premier liure de Vitellion: & la raison de 16 à 8 est plus grande que de 36 à 24, par la proposition cy apres: de laquelle nous ferons la demonstration, pour nous en ayder tãt icy, qu'en la reigle de faux.

Si de deux lignes inegales, desquelles la raison est cogneuë on leue deux lignes egales: la raisõ des restes sera plus grãde q̃ des toutes.

Des lignes a, b, & c, d, soiẽt couppées les lignes e, b, & f, d, par la troisiesme proposition du premier liure d'Euclide.

Puis à la ligne e, b, soit trouuée la ligne f, g, en la raison de a, b, à c, d, par la 12e propositiõ du sixiesme, & 3e ꝓpositiõ du premier.

Par la dixneufiesme proposition du 5e, la raison de a,e, à c,g, sera telle que de a,b, à c,d: par la 8e proposition du cinqiesme, la raison de a,e, à c,f, est plus grande, que de a,e, à c,g: plus grande doncques, que de a,b, à c,d, par la treisiesme proposition du cinqiesme.

e

a ——————————————— b

c ——————————— d



La troisiesme chose est, que s'ils disent, que les parties, les plus & les moins, se doiuent prendre sur le nombre mesmes à diuiser: il s'ensuyuroit que du nombre moindre à 12, le troisiesme auroit moins que rien, de 12 rien: & des autres, tous en auroient maintenant d'vn, maintenant d'autre, comme il est dit.

PHRISON.

Trois ont a partir 450 escus, en sorte que le premier prenne $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$: le second, $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$: le troisiesme, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$: combien prendront ils chacun?

FORCADEL.

$\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ font $\frac{5}{6}$ de 2 & 3, & 2 fois 3: $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ font $\frac{7}{12}$, de 3 & 4, 3 fois 4: $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$, font $\frac{9}{20}$, de 4 & 5, & de 4 fois 5.

PHRISON.

Premierement adiouste les parties d'vn chacun, c'est à sçauoir, $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$, font $\frac{5}{6}$, pour le premier: pour le second, $\frac{7}{12}$: pour le troisiesme, $\frac{9}{20}$. Cherche maintenant vn nõbre qui se diuise par 6, 12, & 20, c'est à sçauoir, 60: les $\frac{5}{6}$ de cestuy cy sont 50: ce que tu cognoistras, en diuisant iceluy nombre inuenté, c'est à sçauoir, 60, par le denominateur, & multipliant le produict par le numerateur, $\frac{7}{12}$, valent 35, $\frac{9}{20}$ valẽt 27. Procede auec iceux, par la reigle de cõpaignie: le premier, aura 200 $\frac{50}{56}$: le second, 140 $\frac{35}{56}$: le troisiesme 108, $\frac{27}{56}$.

60

$\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$		$\frac{5}{6}$	50 —— 200	
$\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ font		$\frac{7}{12}$ font	35 —— 140	
$\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$		$\frac{9}{20}$	27 —— 108	
			112 —— 450	

50 25 / 56 28 · 35 5 / 56 8 · 112|2 / 56| · $\frac{27}{56}$

11250
13500
2250
15750
13500
1350
12150

11250|200 $\frac{25}{28}$ 223 · 7875|140 $\frac{5}{8}$ 566 · 6075|108 $\frac{27}{56}$ 56 5666 5 · 5656

Vn chacun pourra faindre plusieurs exemples à la similitude de ceux cy,& souldre les doutes,tels q̃ sont ceux, qui appartiennẽt à la reigle d'alligation (ainsi qu'ils l'appellent) laquelle nous expliquerons par aucuns briefs exemples.

LA REIGLE D'ALLIGATION.

VN Tauernier a de quatre sortes de vin:la mesure du premier vaut 7 gros:du second 9 gros:du troisiesme 10 gros:& le pris du quatriesme est 12 gros. Il veut mesler de ces quatre sortes 300 mesures,par tel si,qu'vne chacune vaudra 11 gros.Il demande,cõbien il doit prendre d'vn chacun. A fin que tu puisses entẽdre ceste chose plus facilemẽt,fains premierement deux sortes de vin deuoir estre meslées ensemble à vn pris cõstitué. Que si l'vn des

deux genres surmonte de valeur le pris constitué, d'autāt que l'autre est au dessous, alors, en prenant autāt de l'vn que de l'autre, ils feront le pris constitué.

FORCADEL.

De tous les trois nombres inegaux, celuy du milieu estāt moindre que l'vn, & plus grand que l'autre, ou bien, il est la moitié des deux autres, ou plus, ou moins. Quād il est la moitié, alors ils sont en progreßion continuelle Arithmetique: par-ce q̄ (cōme nous auons veu apres la diuision) les differences sont egales. Parquoy en prenant vne fois l'vn, vne fois l'autre extreme, on a deux fois le moyen: 2 fois l'vn & 2 fois l'autre, on a 4 fois le moyen, tousiours le double des fois qu'on prend les deux extremes. Les differences doncques, estans egales, monstrēt que les extremes prins chacun par autant de fois, & les produicts adioustez ensemble, font autant fois le milieu, qu'est le double de l'vne: comme de 4, 7. 10, la difference de l'vn à l'autre est 3: qui monstre qu'autant quatre auec autāt dix, c'est à sçauoir, 1 fois 4, & 1 fois 10, font 2 fois 7: 5 fois 4, & 5 fois 10, font 10 fois 7: dōcques 3 fois 4, & 3 fois 10, feront 6 fois 7. Voila comment par vn plus grand & vn plus petit adioustez ensemble, on trouue l'egal à tous les deux: & cōme 3 fois 4, c'est à sçauoir 3 quatres, & 3 fois 10, c'est à sçauoir, 3 dix, sont alojez à leur droit milieu, 6 fois 7, c'est à sçauoir, 6 septs: qui vaut autant comme disant, que de deux plans estans cōtinuez sur vne mesme ligne droicte de cimes inegales, se fait vn plan sur la mesme base & de moyenne cime, qui leur est egal, & enclos par tout comme les autres.

PHRISON.

Mais si le pris d'vn vin surmonte deux fois autant le pris constitué, d'autant que l'autre est surmonté: alors il faudroit mesler deux mesures du moindre vin, auec vne mesure du plus cher, afin que l'exces recompense ce qui deffaut. Et de là vient, q̄ selō la proportiō de l'excés ou du deffaut, il faut mesler diuerses mesures de vins, & pmutablement, ainsi q̄ la raison maintenāt proposée l'enseigne.

FOR-

Quand le nõbre du milieu est plus grand que la moitié des deux autres, alors la distãce de luy au plus grand est plus petite, q̃ la distãce du plus petit à luy: car si la differẽce du plus grand au moyẽ estoit egale à l'autre, le plus grand auec le plus petit seroient le double du moyen. Estant donc plus petite, ils seroient moins que le double de la difference des differẽces. Et par ainsi de 4, 9, 12: 3 fois 4, & 3 fois 12, seront plus petits, que 6 fois 9, de 6, c'est à sçauoir, de la difference des differẽces multiplieé par la differẽce des deux plus grands. Et par-ce qu'icelle difference des differẽces multipliée par le plus grãd, fait autant de moyens, & ledit 6 à 3 fois 12 qui adiouste 2 fois 12, font 5 fois 12, le produict de la differẽce des plus petits par le plus grand: ausquels qui adiouste 3 fois 4, le produict de la difference des plus grands par le plus petit, font 6 fois 9: & 2 fois 9, c'est à sçauoir, 8 fois 9, par la premiere du second d'Euclide, ce sont autãt de fois 9, qui est le moyen, que mõstrent les differences des plus petits & de plus grãds adioustées ensemble, pour auoir ledit rectangle ou plan enclos par tout, fait des autres plãs, qui faisoient vn plan difforme.

Quand le nõbre du milieu est moindre que la moitié des deux autres, alors la distance du moyen au plus grand est plus grãde, que la differẽce de luy au plus petit: car si elle estoit egale, les deux ensemble seroyent le double, & estant plus grande, ils seront plus que le double de la difference des differences: comme de 4, 7, 12, 1 fois 4, & vne fois 12, excedera 2 fois 7 de 2: d'où viẽt, que deux fois 4, & 2 fois 12, excederont 4 fois 7, de 4: & 3 fois 4, auec 3 fois 12, excederont 6 fois 7 de 6: c'est à sçauoir, du produict de la difference des differences, multipliée par le nombre, qui multplie les deux extremes: laq̃lle mulpliant le plus petit 4, à cause qu'elle a multiplié la distance d'iceluy au moyen, fait deux fois 4, c'est à sçauoir, 8: qui adioustez à 6, feront 2 fois 7, c'est à sçauoir, 14, autant de fois le moyen par ladite premiere proposition du second. A 3 fois 4 doncques qui adiouste 2, fois 4, il a cinq fois 4, qui est le produict de la difference des plus grands par le moindre:

dre: lesquels adioustez auec 3 font 12, c'est à sçauoir, la difference des plus petits par le plus grand, font huict fois sept, autant de milieux, que monstrent les differences des plus petits & des plus grands adioustez ensemble, pour tousiours auoir ledit rectangle, dont la cime est la moyenne. Dont s'ensuit la demonstration.

Sur la partie b,c, de la ligne a,b, fais le rectangle d,e,f, duquel la cime soit g, pour la plus grande.

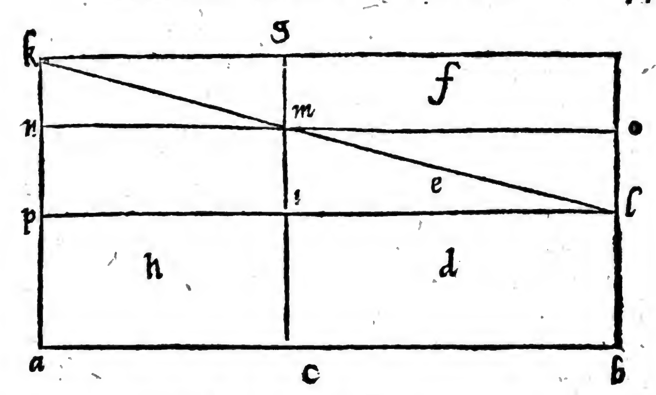
Et sur l'autre partie a,c, fais le rectangle h, duquel la cime soit i, pour la plus petite.

Encores par la cime g, fais le rectangle i,k, & estends la cime i, iusques à l, tirant le diametre k l, qui trouue la moyenne cime m, par laquelle tu feras passer la ligne n,m,o.

Icelle fait le plan n,i, egal à g,o, par la quarante-troisiesme proposition du premier: & par la premiere commune sentence du mesmes, n,b, estant sous la moyenne cime, est egal h, auec d,e,f.

Cela fait, voy les deux triangles semblables k,n,m, & m,i,l, par la premiere diffinition, & quatriesme propositiõ du sixiesme ou par la vingt-vniesme proposition du mesme, en considerant le triangle k,p,l, qui font la raison de k,n, à m,i, telle, comme de a,c, à c,b. Doncques ce, qui se fait par a,c, & par c,b, se fait aussi par k,n, & par m,i, differences alternes ou permutées: car k,n, tenant le lieu de a,c, qui est la base de la plus petite cime, est la difference de la plus grande à la moytie: & m,i, tenant le lieu de c,b, qui est la base de la plus grande cime, est la difference de la moyenne à la plus petite.

Ie diray



Ie diray doncques de ces trois nombres 4,7,10, que pour aloyer les deux au moyen, il faut prendre 3 de l'vn, & 3 de l'autre: car en prenant 3 dix, on prend 3 septs, & 3 trois: lesquels adioustez auec 3 quatres, font 3 septs, qui auec les autres 3, font 6 septs.

3 fois 10				4	3—12
3 fois 7	&	3 fois 3	7		
3 fois 7		3 fois 4		10	3—30
6 fois 7		3 fois 8			6 42

Et par ces trois nombres 4, 9, 12, ie pourray dire, que celuy, qui prend cinq douzes & 3 quatres, il en faut 8 neufs: car 5 douzes valent 5 neufs & 5 trois, qui valent 3 cinqs, par la seiziesme proposition du septiesme: ausquels qui adiouste 3 quatres, font 3 neufs, qui adioustez à 5 fois 9, font 8 fois 9.

4	3—	12	5 fois 12	
9			5 fois 9, & 5 fois 3, dõcques	3 fois 5
12	5—	60	3 fois 9	3 fois 4
	8 —	72	8 fois 9	3 fois 9

Encores par ces trois nombres 4,7,12, si on prend 3 fois 12, & 5 fois 4, on trouue 8 septs: car 3 douzes valẽt 3 septs & 3 cinqs, & par

par ainsi 5 trois: lesquels adioustez auec 5 quatres, font 5 septs: qui adioustez auec 3 septs font 8 septs. Tout cela se fait par la premiere proposition du second, premiere & douzieme du cinquiesme, & douziesme du septiesme, &c.

4 5 ———— 20 3 fois 12

7 3 fois 7 & 3 fois 5, doncques 5 fois 3

12 3 ———— 36 5 fois 7 5 fois 4

8 56 8 fois 7. 5 fois 7.

Il reste maintenant à demonstrer l'alligation de plus que deux nombres inegaux à vn autre, lequel soit plus petit qu'vn des nombres qu'on veut aloyer, & plus grand qu'vn autre desdits nombres: c'est à dire, que le nombre à quoy on veut aloyer, soit milieu ou moyen, cōme dessus, entre deux des nombres proposez: comme si l'alligation de 4, 7, 12, à 9, est proposée, premierement de 4 & 12 à 9, il faut prēdre trois quatres & 5 douzes, qui font 8 neufs: puis apres, par ce que 12 est tousiours le plus grand, de 7 & 12 à 9, l'alligation se fait par 3 septs & 2 douzes, qui font 5 fois 9. Or est il ainsi, que 5 fois 9 & 8 fois 9, par la premiere & douziesme du cinquiesme, & douziesme propositions du septiesme, font 13 fois 9; ou bien ils font le mesmes, par la premiere du sixiesme, & seiziesme propositions, du cinquiesme, en transformant les plans en lignes: doncques 3 quatres, 3 septs, & cinq douzes auec 2 douzes, qui font 7 douzes, feront 13 fois 9, &c. dont s'ensuit.

4, 3 3 à 4 3 à 4

9 7, 3 3 à 7 3 à 7

12, 5, 2, 5 à 12 2 à 12 7 à 12

8 à 9 auec 5 à 9 13 à 9

13 à 9

PHRISON.

Et de là telle reigle en est tirée. Mets par ordre le pris des vins, ainsi que tu vois en l'exemple, en commençant des plus petits au plus grands, & escris deuāt iceux le pris du vin meslé, lequel nous appellons en ce lieu icy le milieu

lieu, combien que vrayement il ne soit pas le milieu.

FORCADEL.

Quand deux quantitez se regardent à vne, icelle se nomme la moyenne.

PHRISON.

En apres confere vn chacun moindre pris & le plus grād au milieu, en sorte que tu escriues l'excés du milieu au moindre, au costé du plus grād: & l'excés du plus grād au moyen à costé du plus petit. Comme en nostre exemple, par-ce qu'il y a tant seulement vn pris plus grand, tu escriras au costé d'iceluy tous les excés qui sont du moyē à tous les plus petits: & à vn chacū des moindres les mesmes excés, c'est à sçauoir, du plus grand au moyen. Lesquelles choses faites, adiouste tous les excés en vne somme, tout ainsi qu'en la reigle de societé: & ce nombre lá sera le premier de la reigle, & diuiseur: le moyen, le nombre des mesures qui doiuent estre meslées: & les troisiesmes, seront les differences d'vn chacun, ainsi qu'elles sont escrites. Et s'il y a plusieurs differences à vn mesme nombre, qu'elles soient adioustées, ainsi comme en la figure qui s'ensuit.

		Differences.		
	7.	1	1	30
Moyen. 11.	9.	1	1	30
	10.	1	1	30
	12.	4, 2, 1	7	210
		La somme	10 donnent	300.

FORCADEL.

Ainsi que nous auons veu, les differences ont les raisons des bases. Si doncques elles sont egales à la quantité des bases donnée, elles mesmes serōt le nōbre des mesures, qui doiuent estre meslées: sinon, elles seront les antecedens: & le nombre des mesures, qu'on demande, sera la somme des consequens.

PHRI-

PHRISON.

Combien faudra il prendre de vin, duquel la mesure vaut 8 gros, & combien de celuy qui vaut 11 gros, à fin qu'vne mesure vaille 9 gros: fais selon la reigle.

	8	2	$\frac{2}{3}$
9		differences	
	11	1	$\frac{1}{3}$

la somme 3 donnent 1 combien 2 & combien 1

Quelcun veut acheter, auec 200 escus, 400 liures de diuerses sortes d'especerie, c'est à sçauoir, d'amãdes, de figues, de gingembre, poiure, noix muscades, & saffran.

La question est, combien il prendra de liures d'vne chacune sorte, a fin que pour 200 escus, il en ayt 400 liures? Premierement il faut chercher le pris d'vne liure, pour le nombre du milieu, en ceste sorte: dy 400 liures valẽt 200 escus ou carolins: combien 1 liure? il en vient $\frac{1}{2}$ escu carolin, ou dix stufers, tels que les 20 font vn escu carolin, a la mode de monnoye de Brabant.

FORCADEL.

Il se doit premierement donner en la proposition les pris des liures particulieres, qu'il entend estre six carolins pour vne liure de figues: 7 carolins, pour la liure des amendes: 9 pour la liure de gingẽbre: vnze carolins, pour la liure de poiure: 12 carolins, pour la liure des noix: & 16 carolins, pour vne liure de saffran.

PHRISON.

Puis apres escris le pris de chacune, les ayant toutes reduicts à vne mesme monnoye.

FORCADEL.

Cela veut dire, que depuis qu'vne chacune liure, l'vne portant l'autre, doit couster 10 carolins, il faut reduire les pris des liures particulierement en carolins, &c.

PHRI-

PHRISON.

En apres soit faite vne colligatiõ du plus grand & du plus petit pris, &c. comme nous auons enseigné en la precedente question.

	6 figues	1,6	7	87½
	7 amandes	6,2	8	100
10	9 gingembre	2.	2	25
	11 poiure	4.	4	50
	12 noix	1,3	4	50
	16 saffran	4,3	7	87½

le pris de 1 liure, les differēces. la somme 32 donnēt 400 combien 7, &c.

Mais ie veux que personne ne doute, que ceste mesme question peut estre expliquée aucunesfois en diuerses manieres, quand diuersemēt nous aloyons les plus petits auec les plus grands au milieu, comme en la precedente question.

	6. 1,2,6.			6.1	
	7. 1,2,6.			7.2	
Le moyē	9. 1,2,6.			9.6	
10	11. 4,3,1	la sõ. 51.	ou ainsi, 10	11.4	la sõ. 17
	12. 4,3,1			12.3	
	16. 4,3,1			16.1	
				l'excés	

Encores	6.6			6.2	
	7.2			7.1	
	9.1			9.6	
10	11.1	la somme 17.	ou ainsi, 10	11.3	&c.
	12.3			12.4	
	16.4			16.1	
	les differences.			les differences.	

FORCADEL.

La premiere de ces quatre ſortes eſt la plus compoſée, par-ce qu'un chacun plus petit ſ'aloye auec tous les plus grands, au moyẽ: & auſsi, vn chacun plus grand auec tous les plus petits. Des autres trois, celle deſſous ſe fait plus facilement, par-ce que tous les deux extremes ſaloyent au moyen.

PHRISON.

Et auſsi il y a preſques infinies ſemblables manieres. Ce pendãt tu auras en memoire, qu'vn chacũ nõbre ſoit aloyé vne fois pour le moins, cõbien q̃ toutesfois il puiſſe eſtre pluſieurs fois, accomparé à pluſieurs: mais ie laiſſe tel les manieres de faire à l'eſprit de ceux, qui apprennent. Ce que nous auons propoſé aux choſes liquides & eſpiceries, le meſme aduiẽt en meſlant les metaux. Et auſsi il n'y a aucune diuerſité d'operation: comme ſi vn orfeure a 100 liures d'argẽt, deſquelles vne liure vaille 17 eſcus: & vne autre maſſe, de laquelle vne liure vaille 24 eſcus. Il doute combiẽ d'argẽt de l'autre maſſe il doit adiouſter à la premiere, à fin qu'vne liure vaille 22 eſcus.

	24	5	250
Premierement aloye 22		l'excés	
	17	2	100
		7	350

La ſomme 7 donnent 1: combien 5? 2? fait $\frac{5}{7}$ $\frac{2}{7}$

Dis maintenant par la reigle treſcogneuë: 2 liures du premier argent, ont beſoing de 5 liures du ſecond: combien en deſirent 100 liures? fait 250.

FORCADEL.

Par les differences 5 & 2, en la premiere figure il faut entẽdre qu'auec 2 liures à 17 eſcus, il faut meſler 5 liures à 24 eſcus, pour auoir 7 liures à 22 eſcus: ou biẽ, que ſ'il n'auoit que deux liures à 17 eſcus,

escus, il luy faudroit prendre cinq liures à 24 escus : mais il en a 100: doncques il peut außi dire, que si deux reuiennẽt à 100, ou si au lieu de 2 est 100, qui sera, ou qui reuiẽdra au lieu de 5? Cela se fait par les deux antecedens & vn cõsequent, & außi se peut faire par tous les antecedens, le petit antecedent, & le cõsequent : disant que, si deux font 7, 100 feront 350: duquel qui leue 100, il reste 250. En la seconde figure, il faut entendre, que s'il vouloit tant seulement auoir vne liure meslée pour ⅐ de liure, qu'il prendra du plus grãd, il luy faut prendre ²⁄₇ de liure du plus petit. Et de cela vient, que tout ainsi que 5 font le double auec la moitié de 2, à cause que 2 en sont les ⅖, & que de deux pour en faire 5, il faut prẽdre encores deux & la moitié de 2: außi le nombre qu'on cherche, est le double auec la moitié de 100, c'est à sçauoir, 250.

La preuue.

PHRISON.

La preuue de ceste reigle est: Si tu multiplies le nombre colligé d'vne chacune chose p le pris d'icelle mesme chose, & adioustes la somme, il en viendra la somme de l'argent premierement constituée.

FORCADEL.

Cela veut dire, que 350 liures à 22 escus, valent 7700 escus: encores 250 liures, à 24 escus, valent 6000 escus: & 100 liures à 17 escus, valent 1700 escus. Doncques ils font lesdits 7700 escus : qui monstre que l'alligation est bien faite.

250 à 24	6000
100 à 17	1700
350 à 22	7700
350	
7700	

Mais ie m'aduise qu'en cest endroit ie puis dõner q̃lque soulagement à vne partie, c'est à sçauoir, à ceux, qui suyuent l'estude des Mathematiques: en asseurant l'autre, (qui sont ceux, qui suyuent l'estat des mõnoyes, & la trafique des alligatiõs) que de ceste partie i'en pourrois escrire et demõstrer plusierus liures, tãt sur les essaiz

fins d'or, d'argẽt, du billõ doré, q̃ sur les aloyages & deneraux autãt briefuemẽt, & facilemẽt qu'il est possible. Ce que ie reserue au tẽps de q̃lque bõne occasiõ. Si nostre orfeure doncq̃s (& ce sera pour ceste cy) disoit qu'il a 100 marcs d'or à 17 karats, q̃l veut aloyer à 22 karats, & demãde cõbien il doit predre d'or auec lesdits 100 marcs: quãd ie dis d'or, il se doit entẽdre à 24 karats: car tout ainsi que pour le mot de billõ, i'entens nõ fin: & pour le mot d'argẽt ie l'entẽs à 12 deniers daloy, c'est à sçauoir, à vn sols de fin: aussi pour, d'or à, i'entens d'or non fin: & pour, d'or, ie l'entens à 24 karats, qu'on peut dire vne liure. Alors en faisant comme dessus, on trouue qu'il doit prendre 250 marcs d'or auec lesdits 100 marcs: & ainsi il aura 350 marcs d'or à 22 karats: dont la façon d'en faire l'espreuue d'autre sorte, se verra cy apres. Et par ce qu'il dit q̃l a 100 liures d'argẽt, il faut entendre qu'il ayt 100 marcs de billõ à 8 deniers $\frac{1}{2}$ d'aloy, & qu'il veut sçauoir combien il prendre d'argent auec iceux, pour auoir le billon qu'il aura, à 11 deniers: car pour autant de marcs il aura autant de liures. Alors les differences estant 1 & 2 $\frac{1}{2}$, monstrent que pour vn marc de billon à 8 deniers $\frac{1}{2}$, il doit prendre 2 marcs $\frac{1}{2}$ d'argent. Pour 2 doncques, il en doit prendre 5: & pour 100, 250. Et qu'il soit ainsi, 350 marcs à 11 deniers, valent 3850 deniers: 250 sols (que i'entens sols de fin) valẽt 3000 deniers: & 100 fois 8 $\frac{1}{2}$, font 850: lesquels auec 3000 deniers, font lesdits 3850 deniers de sols de fin. Tu peux dire encores que 350 marcs de billon, à 11 deniers, poisent, ou tiennent (ainsi que tu le voudras dire) 320 marcs 6 onces 16 deniers d'argent, & tiennent 320 sols 10 deniers, c'est à dire, les $\frac{11}{12}$ de 350 marcs, ou de 350 sols de fin, c'est à sçauoir, le tout, il s'en faut le douziesme: puis apres, que 100 marcs de billon, à 8 deniers $\frac{1}{2}$, poisent, ou tiennent les $\frac{17}{24}$ de 100 marcs d'argẽt, ou de 100 sols, qui est autant qu'en prẽdre la moitié, le tiers de la moitié, & le quart du tiers de la moitié, & adiouster ces parties là ensemble: ou bien le tiers, puis autant, & le sixiesme du tiers, & adiouster ces parties là ensemble, qui font 70 marcs 6 onces 16 deniers d'argẽt, & tieunẽt 70 sols 10 deniers: lesquels adioustez auec 250 marcs d'argent,

gent,

gent, ceux lá, & ceux cy, auecques 250 sols, ils font lesdits 320 marcs 6 onces 16 deniers, ou 320 sols 10 deniers. La mesme espreuue se peut faire à l'or: car 350 marcs d'or, à 22 karats, poisent 320 marcs 6 onces 16 deniers, & tiennent 320 liures 20 karats, ou 320 marcs 20 karats: & 100 marcs d'or, à 17 karats, poisent 70 marcs 6 onces 16 deniers, & tiennent 70 liures 20 karats: lesqls adioustez auec 250 marcs d'or, ceux lá, & auec 250 liures, ceux cy, font lesdits nombres 320 marcs 6 onces 16 deniers, & 320 liures 20 karats.

Venant maintenant au soulagement de celle partie, à laquelle ie dois, comme ie veux, tout mon estude, il conuient entendre, que par la cognoissance d'vn or & d'vn autre (& le semblable se doit entēdre d'vn & d'vn autre argēt) on peut auoir la cognoissance de la troisiesme & quatriesme diffinitiōs du cinqiesme liure d'Euclide, en ceste maniere. La premiere des deux, c'est à sçauoir, la troisiesme dit: La comparaison de deux grandeurs de mesme genre l'vne à l'autre, selon la quantité, se nomme raison.

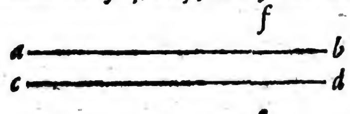
Comme si on me demande, qu'elle raison il y a d'vn homme à vn homme, de cestuy cy, qui vaut, ou a vaillant 100 fois cent escus, à cestuy lá, qui a vaillant, ou vaut 25 cens escus: ils sont de mesme genre, mais de quantité les biens de l'vn contiennent quatre fois les biens de l'autre. Parquoy ie pourray dire, que la raison de l'vn à l'autre, est de quatre fois autant, ou bien quatruple. Semblablement, à qui me demandera la raison d'vn marc d'or, à vn marc d'or à 18 karats: ils sont d'vn mesme genre: & de quātité, l'vn est 4 deux onces, & l'autre 3 deux onces, c'est à dire, qu'vn marc d'or fait 8 onces, ou poise autāt, ou il fait 4 quarts d'or, & l'autre marc vaut les $\frac{3}{4}$ d'vn marc d'or, ou poise 6 onces d'or: dont la raison de l'vn à l'autre est $1\frac{1}{3}$ d'autant, que nous disons sesquitierce. Il s'ensuit la demonstration.

Le marc d'or est la ligne droicte a,b.

Le marc d'or à 18 karats est la ligne droicte c,d: egale à a,b: dont les $\frac{3}{4}$ est la ligne ou partie c,e: à laquelle a,b, & c,d, ont vne mesme raison, par la septiesme proposition du cinqiesme.

En a,b, ſoit prinſe la partie a,f, egale à c,e, par le troiſieſme propoſition du premier.

Ainſi a,b, à a,f, c'eſt à ſçauoir, à c,d, eſt comme c,d, à c,e: de laquelle la denomination eſt $\frac{4}{3}$, ou $\frac{1}{3}$, & auſſi de l'autre.



Ainſi d'vn marc d'or à 12 karats, à vn marc d'or à 18 karats, la raiſon ſeroit telle, qu'eſt de 2 à 3: car ſi de trois lignes, deſquelles les extremes ſoient les deux ſortes d'or, & l'autre 1 marc d'or, on prend ſur la moyenne les parties de l'or qui y eſt enclos, l'vne en prend la moitié, c'eſt à ſçauoir, $\frac{4}{8}$: & l'autre, $\frac{6}{8}$: qui ſont pour l'vne 2 parties, alors que pour l'autre 3, &c.

La quatrieſme diffinition.

Les grādeurs, qui ſe diſent auoir raiſon l'vne à l'autre, ſont celles, qui, eſtans multipliées, ſe ſurmontent l'vne l'autre.

Vn chacun me dira volontiers, ou bien le m'accordera, que ſi deux metaux ſont aloyez enſemble, d'autant moins qu'il y aura de l'vn, d'autant plus ſe transformera il à l'autre: tellement, que d'autant plus qu'il ſera enueloppé de l'autre, d'autant ſera il plus difficile de l'en retirer.

Puis apres, que tout ainſi qu'vn angle eſt dit plus petit, que le plus petit, quand la diuiſion ceſſe, cōme ſe void par la ſeiſieſme propoſition du troiſieſme, de l'angle contingent: auſſi vn or eſt eſtimé plus petit que le plus petit or, quand, eſtant meſlé auec quelque autre metal, n'eſt non plus eſtimé, que ledit metal, par-ce qu'en l'en voulant departir, la deſpenſe eſt plus grande, que la valeur d'iceluy. Et ſemblablement vn argent eſt eſtimé plus petit, que le plus petit, quand la deſpenſe au depart, eſt plus grande que luy.

Si maintenāt on me demande, q̃lle raiſon il y a d'vn marc d'or (& ce qui ſe dit de l'or, ſe doit auſſi entēdre de l'argēt) à vn marc d'or, à la 4608e partie d'vn karat: alors ne conſiderant pas la ſeparation, ie pourray dire par ceſte diffinition, qu'il n'en y a poinct, tant

tant pour la force de l'enueloppement, que aussi parce qu'vn marc d'or à la 4608e partie d'vn karat, estāt multiplié par tant de fois qu'on voudra, ne sçauroit exceder vn marc d'or: par-ce que l'or est si petit, qu'il ne se doit plus appeller or, ainsi enueloppé, iaçoit que potentialement il le soit: mais argent doré, ou billon doré, ou bien cuyure doré, ou plomb, selon le metal qui l'enueloppe: dōt s'en suit la demonstration.

Le marc d'or, est a, b.

Le marc d'or à ladite partie, est c, d, egale à a, b: & l'or d'iceluy, c, e.

La despense du depart plus grande que c, e, est c, f.

Si maintenant c, e, se multiplie iusques à ce qu'elle excede a, b, c'est à sçauoir, c, d, faisant la quantité c, g: & si par autāt de fois c, f, se multiplie, faisant c, h: il est certain, que c, h excedera c, g.

De c, h & c, g qui leue c, d, il restera (par la cinquiesme commune sentence du premier) d, h plus grande, que d, g.

Et de là leuez d, g, de g, h, par la troisiesme proposition du premier, ou par la diffinition du cercle, il reste i, h, dont a, b est plus grāde, que c, d: car si la despense estoit egale à l'or enueloppé, a, b, & c, d, seroient egaux: & par ainsi le plusieurs fois de l'vn n'excederoit pas l'autre: & estant plus grande, encores moins.

a ———————— b

c ———————————————— h

e f d g i

Il nous faut maintenāt reuenir à l'angle contingēt, qui est plus petit, q̄ le plus petit angle de droictes lignes: non pas cōme le plus petit or, du plus petit: car il pourroit estre quelque partie cogneuë de q̄lque angle de droictes lignes: mais parce q̄ l'angle qui se fait par la plus petite inclinatiō, qui est faite de deux lignes droictes, le cōprend. Et cela nous mōstre, q̄ l'angle contingēt est quelque chose (si nous appellons vn tout, ce qui comprend quelque chose, au regard de ladite chose: cōme nous disons l'esphere estre vn tout, au regard de la piece, qui se fait, quand vn cone la couppe, ayant la cime au centre de l'esphere, cōprinse dedans le cone, & faite de la

ſuperficie du cone, & de l'eſphere: ainſi que la deſcrit Archimede, au premier liure de l'eſphere, & du cylindre) toutesfois il n'a point de raiſon à l'angle de droictes lignes: par-ce que non ſeulement multiplié il ne peut exceder vn angle de droictes lignes, mais il ne luy ſçauroit eſtre egal. Ce qui ſe demonſtre ainſi.

L'angle contingent, ſoit a.b.

Et l'angle de droictes lignes, b.c.

Le double de l'angle cõtingent, ſoit a.d, dõt la moitié eſt a, b: & la moitié de b, c, ſoit b, e, par la huictieſme propoſitiõ du premier.

Cõme il ſoit ainſi, que (par la ſeizieſme propoſition du troiſieſme) a, b ſoit plus petit, que b, c: a, d ſera plus petit que b, c.

Encores ſoit prins le double de a, d, qui ſoit a, f, dont la quarte partie eſt a, b: & ſoit diuiſé l'angle b, e, par le milieu, au poinct g, par ladite huictieſme propoſition.

Ainſi b, g ſera (par ladite ſeizieſme propoſition) plus grand, que a, b: b, e, que a d: & b, c, que a, f. Ou bien, a, d, la moitié de a, f, eſt plus petite, que b, e: & par ainſi a, f, plus petite que b. c. Car ſi la moitié d'vn tout eſt plus petite, que la moitié d'vn autre: l'autre ſera plus grand. Et de lá viẽt, que l'angle contingent multiplié ne ſçauroit eſtre egal à vn angle de droictes lignes. Et par-ce, par ceſte diffinition, ils n'ont point de raiſon: tout ainſi qu'vn or au plus petit du plus petit, par cõparaiſon, mais à plus forte raiſon.

a —— b —— d ———— f

b ——————— c

g e

DE LA REIGLE DE FAVX.
PHRISON.

ON a accouſtumé d'eſcrire pluſieurs & diuerſes reigles & queſtions: leſquelles ſi ie voulois toutes pourſuiure, noſtre labeur viẽdroit facilemẽt en vn grãd volume. Mais ce n'a pas eſté noſtre entrepriſe, qui nous efforceroit pluſtoſt à amaſſer toutes choſes en vn chapitre, & les reduire

duire en vn methode. Tout ainsi que iusques icy nous auons deduict plusieurs & diuerses questiõs, à vne reigle de proportiõs, ausquelles plusieurs sont semblables, & peuuent estre excogitées de iour en iour: comme de diuisiõs, de la raison du gain & perte, de ceux qui sont louëz pour argent, & autres semblables innõbrables: desquels aucun n'est tant difficile, qu'il ne puisse estre expliqué facilemẽt par celuy, qui entend ce que nous auons dit iusques à present. Toutesfois cõme ainsi soit qu'il y a plusieurs exemples, & questions, lesquels ne peuuent pas cõmodement estre reduicts à la reigle des proportiõs: il m'a semblé bõ d'adiouster vne certaine reigle, vniuerselle, cõme vne sacrée ancre, par laquelle tous les autres doutes, possibles à nostre entreprise, peuuent estre expliquez, & aussi beaucoup de questiõs des choses precedentes: combiẽ q̃ ie sçache bien, que cela peut estre fait plus certainemẽt, & beaucoup plus facilemẽt par la reigle, laquelle ils appellent Algebre, de laq̃lle à peine ay ie veu, entre tous les arts de Mathematique, aucune chose plus noble n'y plus elegãte. Mais par ce que les autres ont beaucoup dit d'icelle, & que paraduẽture (Dieu aydant) nous en parlerons, par methode, parce q̃ ceste chose requiert vn traicté particulier, nous nous en tairons pour le present. La reigle, que pour maintenant nous enseignons, est appellée, de faux, nõ pas qu'elle enseigne le faux, mais d'eslire le vray du faux: & se fait en ceste maniere.

Ayant proposé quelconque questiõ, pour estre declarée par icelle, fains le nõbre, q̃ tu desires sçauoir, cõme à toy desia cogneu, en mettant au lieu de luy q̃lque autre nõbre: & procede en apres auec iceluy, selõ la raison de l'exẽple, en inferant vn nombre de l'autre, iusques à ce que tu sois paruenu à aucun nombre certain & parauãt cogneu, baillé en la question proposée: lequel si tu as peu droictement tirer du nõbre posé ou faint, iceluy mesme, que tu

 as pre-

as premierement faint, eſt la vraye fin que tu cherchois.

Comme, trois ont chacun vne certaine ſomme d'argẽt, mais les ſommes d'vn chacũ ſont incogneuës, & de deux à deux, cogneuës: car ie ſçay, que les eſcus du premier, auec les eſcus du ſecond, valent 50: du ſecond, auec les eſcus du tiers, 70: du troiſieme, auec les eſcus du premier, valent 60: on demãde la ſomme d'vn chacun. Fains dõc, que la ſomme du premier vaille 20 eſcus: & puis doncques qu'auec le ſecond il a 50, il en demeure au ſecõd 30, & au troiſieſme 40: par-ce qu'iceux valent 70, auec les eſcus du ſecond. Maintenant ſi 40 du troiſieme ſont adiouſtez auec 20 du premier, il en vient 60 eſcus, en la ſorte que l'exemple l'a voulu.

FORCADEL.

Adiouſte 50, 70, 60, ils ſont 180: dont la moitié eſt 90, pour touts trois: duquel leue la ſomme des deux, il te reſtera la ſomme de l'autre, ainſi que ie l'ay monſtré aux liures de mon Arithmetique, &c.

PHRISON.

La premiere poſition doncques a eſté vraye, & ne faut plus faire autre choſe. Mais ſi tu ne paruiens iuſtemẽt au nombre cogneu, ains tu excedes en quelque choſe, ou tu y deffaux, voy l'excés ou la diſtãce, & la note auec l'hipoteſe faux, & auec le tiltre plus, ſ'il excede: ou moins, ſ'il deffaut. En apres fains toy vn autre nombre plus grand, ou plus petit que celuy, qui auoit eſté poſé par-auant: & procede ſemblablement auec iceluy, comme auec le premier, iuſques à ce que tu ſois paruenu au nõbre cogneu: lequel ſi tu ne peux attaindre, voy de rechef la differẽce, & la note auec ſon hipotheſe, & le ſigne plus, ou moins. En apres multiplie le premier hipotheſe par la ſeconde difference: ſemblablement, le ſecond hipotheſe par la premiere difference, & garde les deux produicts. Et de là cõſidere les ſignes plus, & moins. Que ſi tous deux ſont ſem-

ſemblables, c'eſt à ſçauoir, ou plus, ou moins: oſte des produicts le moindre du plus grand, & auſsi oſte la moindre differẽce de la plus grãde, & par le reſte diuiſe le reſte des produicts: le quotiẽt monſtrera le nõbre cherché. Mais ſi les ſignes ſont diſſemblables, l'vn plus, & l'autre moins, adiouſte ces deux produicts, & ſemblablemẽt les differẽces: & par la ſomme d'icelles diuiſe la ſomme des produicts: le quotient monſtrera le nombre cherché.

Deux ont vne ſomme d'eſcus, qui m'eſt incogneuë. Le premier dit: Si tu me baillois vn des tiens, nous aurions tous deux egale portion, L'autre reſpõd: Si tu m'en baillois vn des tiens, i'aurois le double de la ſomme qui te reſteroit: on cherche la ſomme d'vn chacun. Fains q̃ le premier en ayt trois, ſ'il en prend doncques 1 du ſecõd il en aura quatre, & en demeurera autant à l'autre. Et par ce qu'il ſ'entẽd qu'il luy en a donné vn, rends le luy. Par cela donc premierement il en auoit cinq. Maintenant il dit au premier: Si tu m'en dõnes vn, i'auray le double de ce, qui te demeurera. Adiouſte donc 1 à cinq, font 6, & il en reſte tant ſeulement 2 au premier. Tu vois doncques, q̃ ſix n'eſt pas le double de deux, mais le triple: la ſuppoſitiõ doncques a eſté faulſe. Et pour ce que le double de deux, eſt tant ſeulement quatre, & i'ay trouué ſix: ie dis que la difference eſt deux, auec le ſigne plus: par-ce que nous auons d'autant excedé la verité de la choſe. Faignons dõcques que le premier en euſt ſix, il en a pris vn de l'autre, ſont donc ſept, il en demeure autant à l'autre: mais par ce qu'il ſ'entend luy en auoir dõné vn, il en auoit au cõmencement huict. Maintenant il en demande vn au premier, & ainſi il en auroit neuf, & n'en demeureroit ſeulement que cinq au premier. De rechef, neuf n'eſt pas le double de cinq, comme la queſtion a voulu, mais il ſ'en faut l'vnité, comme ainſi ſoit que le double de cinq, eſt dix. I'eſcris dõcques l'autre poſition, c'eſt à ſçauoir, ſix, auec ſa dif-

difference vn,& auec le ſigne moins. Maintenant par la derniere reigle, ie multiplie trois par vn, ſont trois: encores ſix par deux, ſont douze: la ſomme d'iceux, vaut quinze: & la ſomme des differences vaut trois. Ie diuiſe doncques quinze par trois, il en vient cinq: & autát en auoit le premier. Adiouſte luy vn, font ſix, leſquels demeurent à l'autre apres la donation d'vn. Il en auoit donc au commencement ſept: auſquels ſi le premier en adiouſte vn, il en gardera ſeulement quatre, & l'autre en aura huict, le double du reſte du premier, ainſi que la queſtion l'a voulu. Les autres propoſent ceſte queſtion icy d'vn mulet & d'vn aſne, qui portoient certaines meſures de vin.

Les hipotheſes.		Les differences.
3 —	— 2	12
6 —	— 1	3
	3	15
	5	

FORCADEL.

Pour venir à la propre cauſe & vraye cognoiſſance de ceſte reigle de faux, il faut en premier lieu ſçauoir, que de deux quantitez egales, diuiſées en deux pieces inegales, la plus grãde de l'vne excede d'autant la plus petite de l'autre, que la plus grãde de l'autre, excede la plus petite de l'vne: car ſi a,b, & c,d, ſont egales & l'vne diuiſée au poinct e, l'autre au poinct g, en deux pieces inegales: ſi de f,d, ſe leue e,b, par f, g: & de a, e, c,f, par e,b: par la premiere commune ſentence du premier, b, b, & c,g, ſont egales: & par la troiſieſme, a,b, à g,d, ſont auſſi egales. L'vne, eſt l'vne difference: & l'autre, eſt l'autre.

a ———————— *b* *c* ———————— *d*

b *e* *f* *g*

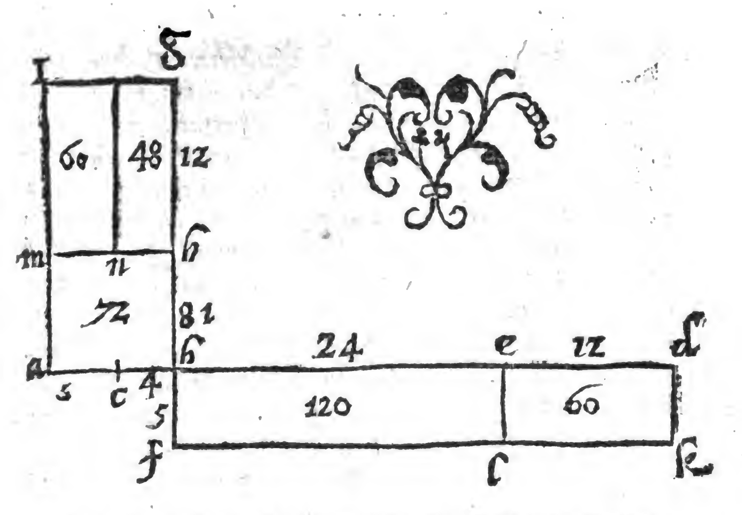
Il nous faut en apres commencer par des exemples fort familiers, comme ſont ceux, deſquels on ſçait deſia ce qu'on cherche, les

les nous proposant ainsi: Ie sçay bien, que le nombre, lequel multiplié par 4, fait 12, est 3: toutesfois il me plaist de l'ignorer, & de me demander quel il est: prenant au lieu d'iceluy, 9, par la ligne a, b, diuisée au poinct c, en 5, & en 4, lequel multiplié par le 4 proposé fait 36, de la ligne b, d, diuisée au poinct e, en 24 & 12, par-ce que ie veux auoir tant seulement 12. Cela fait, ie prens encores pour le nombre que ie cherche, l'vne des parties de a, b, c'est à sçauoir, 5, par la ligne b, f, se reposant sur la ligne a, b, d, à droicts angles, & le multiplie par le 4 proposé, fait 20: pour lequel produict, ie prens la distance b, g, diuisée au poinct h, en huict & 12: par-ce que (comme ie viens de dire) ie veux auoir tant seulement douze: les distances g, h, & e, d, serõt vne chacune douze: & les rectangles b, i, & b, k, seront egaux, par-ce que la raison de b, d, à b, g, est comme a, b à b, f, par la premiere du sixiesme, quinziesme du cinqiesme, & dixseptiesme du 7ᵉ: & b, d à b, a, comme b, g à b, f, par la seiziesme du cinqiesme. Dont s'ensuit l'egalitê, par la quatorziesme & seiziesme du sixiesme. Maintenant ie diuise vne chacune de ces pieces en deux parties inegales, par les lignes e, l, & m, h: & par la precedẽte demonstratiõ, m, g, excedera e, l, d'autant q̃ l. b, excedera a. h. Que l. b soit plus grãd, que a, h, il se prouue ainsi: Nous auons dit, par la demonstration que nous en auons faite cy deuant, que la raison de vingtquatre à 8 est plus grande, que de neuf à cinq, c'est à sçauoir, de b, e à b, h, que de a, b à b, f. Doncques b, e par b, f, est plus grand que b, h par b, a: car pour les faire egaux, il faudroit augmenter b, a. Encores soit diuisee m, h, au poinct n; comme a, b au poinct c. Cela dõcques, dequoy m. g excede l, d, est n, g, c'est à sçauoir, 48: car i, n, est egal à e, k (par la premiere du sixiesme) à cause des bases & cimes egales: & 48 se fait du nombre, qu'on veut auoir 12, & de 4, qui est la difference des deux nombres fains. Puis à cause de 4, on a la difference des differences, c'est à sçauoir, 16, qui reste, quand de 24 l'vne, on en leue 8, qui est l'autre. Si donc 48, qui vient de 4 fois 12 (en proposant, quand 16 viennent de 4, de combien 12?) se diuise par 16, il en vient 3 pour le nombre cherché. La difference donc-

donc ques de e,f à a,b, estant la mesmes, 9 & 5 estans les hipotheses, 24 & 8 les differences, 16 la difference des differences, ou des excés des nõbres qu'on trouue par les hipotheses, au nõbre qu'on veut auoir: f,e, estant fait de l'vn hipothese par l'autre excés: & a,b, de l'autre hipothese par l'vn excés: de lá vient, que le plus & plus se soustraict tant des produicts, que des excés, & la reste des produicts se diuise par la reste des excés. On peut außi dire, que, si 16 viennent 4: 8 & 24, les deux exces viendront de 2 & 6. Des 5 & 9 donc ques qui leue 2 & 6, il trouue par l'vn & par l'autre, 3. Et par ceste reigle, qui nous donne la soustractiõ du plus & plus, nous en pouuons tirer, que le moins & moins außi se soustraict: & c'est pour la premiere reigle. Doncques le plus et le moins s'adiouste pour la seconde, suyuant le train de la soustraction des signes plus et moins, ainsi que ie l'ay monstré au premier liure de mon Arithmetique.

Encores par ceste figure ou demonstration, nous pouuons dire, que de quatre nombres proposez, desquels la raison du premier au second est plus grande, que du troisiesme au quatriesme (comme sont icy 24, 8, 9, 5) celuy, qui multiplie le premier par le quatriesme, c'est à sçauoir, 24 par 5, il a 120: & les deux autres, multipliez l'vn par l'autre, font 72, lequel soustraict de 120, il reste 48. Puis apres, la difference de 9 à 5, du troisiesme au quatriesme, est 4: par lequel qui partist 48, il trouue 12. Maintenant si on adiouste 12 à 24, & à 8, il y aura 36, & 20, qui ont la mesme raison de 9 à 5.

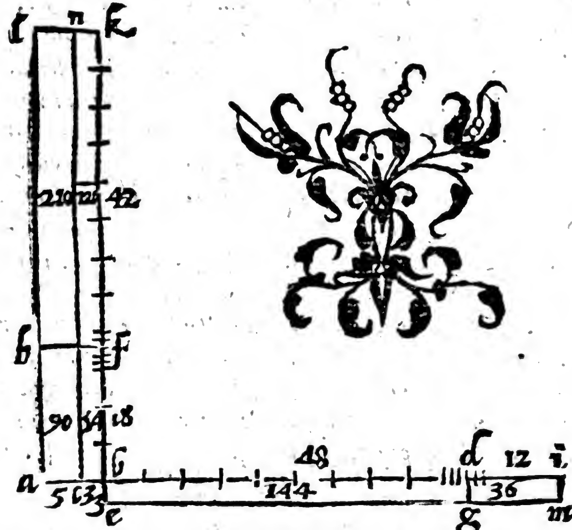
Venons



Venons maintenant à la seconde demonstratiõ, à celle fin de ne rien oublier à demonstrer selon nostre poßible: car telle sera pour tousiours nostre entreprise, auec l'ayde de Dieu. Ie cognoy & sçay fort bien, que le nombre, lequel multiplie par 6, fait 60, est dix. Mais on me demande par ceste reigle, quel il est, tout ainsi que s'il m'estoit incogneu. Ie prens doncques au lieu d'iceluy, 8, par la ligne a,b, diuisée au poinct c, en 5 & en 3: par-ce que si cestuy ne l'est, ie delibere de prendre pour le second essay 3, bien que ie sçache qu'il est plus grand, que 3, puis qu'il est plus de 8. Ie multiplie donc 8 par 6, il en vient 48: lequel ie prens par la distance b,d, comme il soit ainsi que ie cherche 60, & non 48. Cela fait, ie prens la distãce b,e, egale à b,c: c'est à sçauoir, 3, & le multiplie par 6, ils font 18, lesquels ie note par b,f, le tout directemẽt & orthogonellement. Et pour qu'il est ainsi, que la raison de b,d, à b,f, est cõme b,a, à b,c, c'est à sçauoir, de 48 à 18 cõme de 8 à 3: car si autrement estoit, autrement il y faudroit proceder, comme nous l'enseignerons cy apres, & comme facilement le peuuent cõprendre ceux, qui sont versez en l'Algebre, cõme d'vne chose tirée de là: ie parfais les rectãgles b,g, & h,b, qui se trouuẽt egaux,

& ne

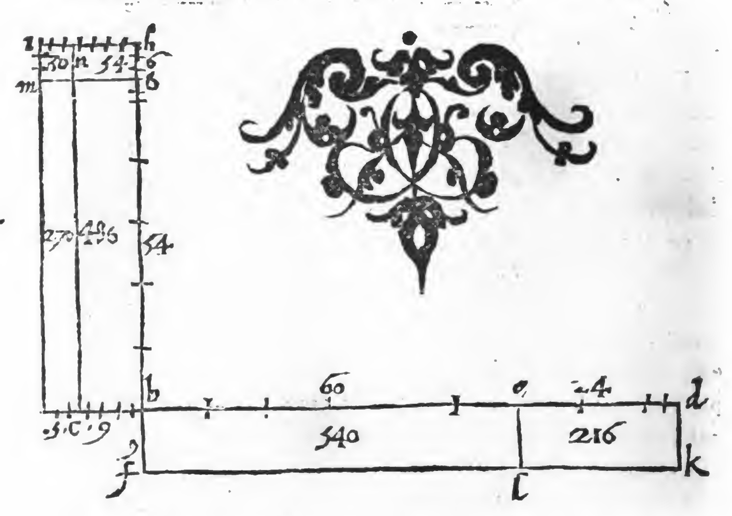
& ne me donnent aucune chose pour leur differẽce. Parquoy puis qu'aux lieux de 48 & 18 ie cherche 60, i'estens b,d, & e,f, iusques à 60, c'est à sçauoir, à b,i, & b,k, & parfais les rectangles k,a, & b,m, lesquels sont inegaux, par la premiere du sixiesme, comme ayans leurs bases inegales, & les cimes i, & k egales. Encores ie diuise les rectangles k,a, par la ligne c, ainsi: a, est la difference de h,k, à d,m, comme il soit ainsi que c,k, & b,m, soiẽt egaux: & par-ce il restera la difference egale, par-ce qui se prẽd ou peut entendre par la 5ᵉ commune sentence du premier: laquelle se fait de a,c, par b,i, c'est à sçauoir, de la difference des deux nombres fains multipliée par le nombre qu'on cherche: & la difference de 42 & 12, c'est à sçauoir, des deffauts, est 30, cõme celle de 48 à 18. Cela fait doncques autant comme qui demanderoit, quand 30 viennent de 5, de combien viendront 60 ? & on trouue 10: mais le mesmes 60 se trouue par la difference de l,f, à d,m, desquels l'vn se fait par l'vn nombre faint multiplié par l'autre deffaut, & l'autre de l'autre par l'vn. De lá doncques est venuë la similitude & mesme façon de faire par les nombres faincts & les deffauts, cõme des surplus. On peut aussi dire, si 30 (qui est la difference des deffauts, & par ainsi des autres) viennent de 5, difference des faints, de combien viendront 12, deffaut du plus grand nombre fainct? Il faict 2, duquel adiousté à 8 font 10. Ainsi si 30 viennent de 5, combien 42? il en vient 7, lequel adiouste à 3, fait 10: car il faut adiouster ce qu'on trouue à l'vn & à l'autre, tout ainsi qu'on les leuoit en la precedente, &c.



Par les deux precedentes nous nous conduirons facilement à la troisiesme demonstration, en ceste sorte: De rechef ie sçay, que le nombre, lequel, multiplié par 6, fait 60, est 10: mais il me plait de le chercher, tout ainsi que s'il m'estoit incogneu. Ie faindray doncques qu'il soit 14, par la ligne a,b, diuisée au poinct c, en 5 & en 9: & multiplie 14 par 6, fait 84. Et par-ce que ie ne veux que 60, ie prens pour 84, la ligne b,d, diuisée au poinct e, en 60, & en 24. Cela fait, ie me fains le nombre de 9, par la ligne b,f, egale à c,b, & multiplie 9 par 6, fait 54: & par-ce que ie veux 60, ie prens pour la ligne b,g, 54, & pour g,h, le surplus iusques à 60, ou la difference de 60 à 54, qui est 6. Cela fait, ie parfais les rectangles i,b, & b,k, & tire les lignes g,m, & e,l, le tout côme i'ay dit directement & orthogonellemêt. Ainsi la rectâgle a, g, sera egal à b,k, il excedera dôques f,e, de l,d, & par ainsi si la ligne c,n, est tirée, elle fait c,b egal à f,e. Dôc le rectâgle a,g, l'excedera de l,d, & tout le rectâgle a,h excedera f,e, de l,d & m,h, c'est à sçauoir, de a,n, leql se fait de a,c, cest à sçauoir, 5. q est la differêce

 des

des nombres fains par 60, qui eſt le nombre qu'on veut, & la difference de b,d, à b,g: c'eſt à ſçauoir, de 84 à 54 eſt 30, qui ſe fait de g,b le deffaut, & de e,d, le ſurplus, adiouſtez enſemble: car ſ'il y a trois nombres, deſquels le milieu ſoit plus grand que l'vn, & plus petit que l'autre, la difference des extremes ſe trouue par les deux autres. Tout cela veut dire, que, ſi 30 de ſurplus viennent de 5 difference des deux nombres fains, de combien viendront 60 qu'on veut? 24 & 6 ſont les plus & moins, qui adiouſtez enſemble font 30. Le rectangle l,d, ſe fait du ſurplus, multiplié par l'autre nombre faint: & m,b, ſe fait du deffaut, multiplié par l'vn nõbre faint: leſquels produicts adiouſtez enſemble, font a,n: & diuiſez par 30, font 10, qui eſt le nombre cherché. On peut auſſi dire, que, ſi 30 des plus & moins vient de 5, 24 viendra de 4: lequel leué de 14, à cauſe qu'il eſt le plus, il reſte 10: & ſi 30 viennẽt de 5, 6 viendra de 1, leq̃l adiouſté à 9, par ce qu'il eſt moindre, il fait 10.



Tu prendras encores les trois baſes a,b,c,d, ſur leſquelles fais les rectangles de cimes meſmes a,b, b,c, & c,d: ayant pour leurs baſes

ses 3, 5, 9, & pour eux 12, 20, 36 : maintenant si l'vne des bases est incogneuë, prens la difference des deux autres rectangles pour le premier nombre, l'autre rectãgle pour le secõd, & la difference des autres bases pour le tiers: cela te donnera, ce que tu cherches. Cõme, si 5 est incogneu, prens 24, 6, 20, ou 24, 20, 6: & te donneront 5, &c.

PHRISON.

Quelcun regardant à la bourse d'vn autre, luy a dict: Tu me sembles auoir en cela 100 escus. L'autre luy respond, Il n'y en a pas 100: mais s'ils estoient augmentez de la moitie & de la quarte partie & de l'autre partie & 1 d'auantage, alors il y en auroit 100. Fains doncques qu'il y en eust 12, adiouste la moitié, c'est à sçauoir, 6, & la tierce partie 4, & la quarte partie 3, & 1 par dessus, font tant seulement 26, qui sont distans de 100 par 74. Escris dõc 12 auec sa difference 74, & le signe moins. De rechef, pose qu'il y ait 24 escus, ausquels adiouste la moitié 12, la tierce partie 8, & la quarte partie 6, & 1, font 51, lesquels sont distans à 100 par 49.

Note donc 24 auec sa difference 49, & le signe moins. Alors multiplie 24 par 74, il en vient 1776: encores 12 par 49, il en vient 588. Et par-ce que les signes sont semblables, oste 588 de 1776, restent 1188: semblablemẽt oste 49 de 74, restent 25. le diuiseur de l'operation. Diuise donc 1188 par 25, il en vient $47\frac{13}{25}$. Il auoit autant d'escus: desquels la moitié $23\frac{19}{25}$, la tierce patie $15\frac{21}{25}$, la quarte partie $11\frac{22}{25}$, lesquels tous ensemble font 99: ausquels si tu adioustes 1, seront 100.

Hipotheses.		Differences	
12	74		1776
24	49		588
	25		1188
		47	$\frac{13}{25}$

FORCADEL.

Puis que lesdites parties, adioustées auec le tout, sont 99, à cause que le tout elles & 1 font 100, soit pris 12 pour le tout, & le plus grand des antecedens & les parties les autres: ils font ensemble 25, & on a, pour la somme des consequens, 99, & les consequens seront comme dessus.

PHRISON.

Il faut ce pendant icy noter, qu'il faut mettre les nombres commodes à la question: comme, par-ce que ie deuois adiouster vne moitié $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, d'vn mesme nombre, il falloit poser vn nõbre, qui se peusse diuiser par 2, 3, & 4: & en ceste sorte tu euiteras des tresgrãdes difficultez & quasi labirinthes des fractions ou minutes.

FORCADEL.

Les nombres familiers seruent pour instruire & rendre la chose plus facile: mais les autres seruent pour assubiettir.

PHRISON.

Quelcun a deux vaisseaux d'argent, auec vn couuercle lequel vaut 16 escus: si tu l'adioustes au premier vaisseau, il vaudra le quatruple de l'autre: & si tu l'adioustes à l'autre, il vaudra le triple du premier. Combiẽ donc vaut vn chacun vaisseau? Pose que le premier vaille 4: ie leur adiouste 16, il en vient 20, qui sont le quatruple de l'autre: & l'autre donc valoit 5. De rechef, ie leur adiouste 16, il en vient 21: lesquels doiuent estre le triple du premier, c'est à sçauoir, 12: il surmonte donc la chose de 9. Derechef si ie pose le premier vaisseau 8, l'autre sera 6: ausquels 16 adioustez, il en vient 22, lesquels sont differens du triple du premier, c'est à sçauoir, 24, par 2.

Hipo-

Hipotheses. Differences.

4 ——— 9		72
8 —— |—— 2		8
	11	80

$7\frac{3}{11}$

Multiplie donc 4 par 2, il en vient 8 ; semblablement 8 par 9, font 72 : lesquels adiouſtez (par ce que les signes sont dissemblables) feront 80. Semblablement adiouste les differences, lesquelles sont 11 : diuise maintenant 80 par 11, font $7\frac{3}{11}$: & tant valoit le premier vaisseau. Ausquels adiouste 16, font $23\frac{3}{11}$, duquel le $\frac{1}{4}$ vaut $5\frac{9}{11}$: & tant valoit l'autre vaisseau.

FORCADEL.

Car $5\frac{9}{11}$, adiouſtez à 16, font $21\frac{9}{11}$, qui eſt le triple de $7\frac{3}{11}$. Ie diray auſſi, comme de choſe qui ne doit eſtre laiſſée, que le ſecond vaut la quarte partie du premier auec la quarte partie de 16 eſcus, c'eſt à ſçauoir, $\frac{1}{4}$ -|- 4 eſcus : auſquels qui adiouſte 16 eſcus, il a la quarte partie du premier, & 20 eſcus d'auantage, dont la tierce partie eſt $\frac{1}{12}$ du premier & $6\frac{2}{3}$ eſcus, qui valent autãt que le premier. Et par ainſi, par la troiſieſme cõmune ſentence du premier d'Euclide, $\frac{11}{12}$ du premier valẽt $6\frac{2}{3}$ d'eſcus, & le premier $7\frac{3}{11}$, de la raiſon de 80, à 11. Qui prend doncq̃s le $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$, il à $\frac{1}{12}$: lequel leue de 1, il reſte $\frac{11}{12}$: & qui adiouſte à 16 le $\frac{1}{4}$, il a 20, dont le $\frac{1}{3}$ eſt $6\frac{2}{3}$: leſquels partiz par $\frac{11}{12}$, il en vient $7\frac{3}{11}$.

PHRISON.

Vne cisterne a trois tuyaux au dessous du fond : mais les conduits sont inegaux : car quand le plus grand est ouuert, toute l'eau s'euacue en vne heure : & quand le moyen est ouuert, elle se vuyde en deux heures : & quand le plus petit est ouuert, elle se vuyde en trois heures. La question est, si ces trois troux sont ouuerts, en combiẽ d'espace de tẽps toute l'eau se pourra vuyder. Fains en vne heure, c'est à sçauoir, en 60 minutes, & attribue à la

cisterne quelque mesure à ton plaisir: cela soit 12 muids. Tu vois maintenant, qu'en vne heure toute l'eau se peut vuyder par le grand pertuis, c'est à sçauoir, 12 muids: à la raison du moyen, 6, c'est à sçauoir, la moitié: à raison du plus petit, 4, c'est à sçauoir, la tierce partie: lesquels tous ensemble font 22, comme ainsi soit toutes fois qu'on ayt posé le vaisseau contenir tant seulement 12 muids. Il y en a donc 10 d'auantage. De rechef pose demye heure, c'est à sçauoir, 30 minutes. Il se vuydera dont à raison du grand tuyau, 6: à raison du moyen, 3: à raison du plus petit 2: lesquels tous ensemble font 11: il s'en deuoit vuyder 12. Il s'en deffaut donc 1. Besogne selon la reigle, tu trouueras 32 minutes de temps, & $\frac{8}{11}$ d'vne minute.

Ceste reigle icy se pouuoit aussi faire par la reigle de cõpagnie. Car les parties de l'eau qui se vuyde, sont comme 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, cherche vn nombre, qui se diuise ainsi, comme 6, & de lá mets, pour le premier cõduict, 6: pour le secõd, 3: pour le plus petit 2: lesquels adioustez ensemble, font 11.

FORCADEL.

Il est certain par la questiõ, qu'au mesme temps que le premier tuyau vuyde tout le vaisseau, c'est à sçauoir, en vne heure, en ce mesme temps le second en vuyde la moytié. Car si en 2 heures il le vuyde tout, en 1 heure il en vuydera la moitié, & semblablemẽt le troisiesme en vuydera la tierce partie. Multiplie ces trois antecedens par 6, il en vient 6, 3, 2, qui demonstrent, qu'au mesme temps l'vn en vuydera 6, ou le vuydera 6 fois, au mesme tẽps l'autre le vuydera 3 fois: & le troisiesme, 2 fois. Mais ils ne le veulent vuyder que 1 fois: 1 est doncques egal à tous les cõsequens, lesquels seront $\frac{6}{11}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{2}{11}$.

PHRISON.

Establis en apres à la cisterne 12 muids: & dis par la reigle de cõpagnie, 11 diuisent 12, que prendra 6? Il viẽdra 6 $\frac{6}{11}$. Mais par-ce que le plus grand cõduict cõsomme en vne heure 12 muids, en combien de temps en cõsommera

mera $6\frac{6}{11}$? Tu trouueras par par la reigle de proportions 32 minutes de temps, & $\frac{8}{11}$ d'vne minute.

Hipotheſes.	Differences.	
60 —|—	10	300
30 ———	1	60
	11	360
		$32\frac{8}{11}$

F O R C A D E L.

On peut außi dire, ſi tout le vaiſſeau, c'eſt à ſçauoir 1, ſe conſomme en 2 heures, en combien $\frac{3}{11}$? Il en vient $\frac{6}{11}$: & quand tout ſe vuyde en 3 heures, $\frac{2}{11}$ ſe vuyderont en $\frac{6}{11}$ de 60, c'eſt à ſçauoir, 32 minutes $\frac{8}{11}$ de minute.

P H R I S O N.

Celle cy eſt ſemblable: Vn certain beuueur vuyde vne caque du vin en 20 iours: mais ſi ſa femme luy ayde, en gardant la proportion de boire, ils conſument autant de vin en 14 iours: en cõbien de iours doncques la femme ſeule vuydera tout le vaiſſeau? De rechef attribue quelque meſure au vaiſſeau, c'eſt à ſçauoir, 12, ou quelque autre nombre, cõme 20 meſures: le mary doncques, en 14 iours boit 14 meſures: la femme le reſte, c'eſt à ſçauoir, 6. Dis doncques, par la reigle de proportions, 6 meſures ſont beuës par vne femme, en 14 iours: en combien de temps 20? Ils ſont 46 iours $\frac{2}{3}$.

F O R C A D E L.

Semblablement, ſi en 20 iours il boit 12 meſures, en 14 iours il en beura $8\frac{2}{5}$: & la femme le reſte, c'eſt à ſçauoir, $3\frac{3}{5}$: & ſi $3\frac{3}{5}$ demandent 14 iours, 12 en demanderont $46\frac{2}{3}$. Tu peux außi prendre l'vnité pour tout le vaiſſeau, &c.

P H R I S O N.

Par ce moyen tu n'as point beſoing de la reigle de faux, combien toutesfois que par icelle il ſe peut faire.

Fains doncques que la femme vuyde tout le vaiſſeau

en 21 iours. Dis dōc, en 14 iours elle en beura 6 muyds: combien en 21? tu en colligeras 9, & par ce moyen en deffaillent 11 mesures. Secondement pose que celle mesme en beuuant cōsume ledit vaisseau en 28 iours: & parce qu'en 14 iours elle en boit 6, il s'ensuit qu'en 28 iours, elle en beura 12 mesures: & en ceste sorte en deffaillēt 8. Or par la premiere reigle, multiplie 8 par 21, font 168: encores 11 par 28, il en vient 308: desquels leue 168, restent 140: lesquels diuise par la difference des erreurs, c'est à sçauoir 3, il en viendra 46 $\frac{2}{3}$ de iour, tout ainsi que tu auois trouué au-parauant.

Vitruue racōte au neufiesme liure, troisiesme chapitre, comme Hiero eust determiné offrir vne courōne, vouée de pur or à ses Dieux, il a mandé cest affaire à l'orfeure, lequel (cōme ils ont de coustume) ayant osté vne portion d'or, y messa autant d'argent. Lequel larcin Archimede Siracusan a cogneu sans lesion de la couronne desia faite, en ceste maniere. Il a fait vne masse de pur or, de mesme poix que la courōne desia faite: en apres vne autre masse d'argent pur, de semblable poix: en apres il a mis ces trois choses l'vne apres l'autre en vn chauderon remply d'eau iusques au sommet: & a receu diligemment dans vn autre vaisseau, qui estoit dessous, toute l'eau, qui s'en alloit: & par ce moyen il a cogneu la portion de l'or & de l'argent. Mais Vitruue n'a point adiousté la pratique. Parquoy faignons, à cause de doctrine, le poix de la couronne, & des deux masses chacune à part, estre 5 liures: & en outre, estre sorty 3 liures d'eau, quand on a mis la masse d'or dans le vaisseau: 3 liures $\frac{1}{4}$ d'eau, quand on y a plongé la couronne: & quand la masse d'argent y a esté mise, 4 $\frac{1}{2}$ liures. La question donc est, quelle portiō d'or & d'argent estoit à la couronne. Fais par la reigle, en ceste sorte: Fains 3 liures d'or: il en demeure donc 2 liures d'argent. Dis maintenant, par la reigle de proportions: 5 liure d'or, don-

donnent 3 liures d'eau : combien 3 liures d'or? fait 1 $\frac{4}{5}$ liure d'eau. Encores, 5 liures d'argent, donnent 4 $\frac{1}{2}$ liures d'eau: combien 2 liures d'argent? fait 1 $\frac{4}{5}$ d'eau. Adiouste donc l'eau de l'argent & l'eau de l'or, ensemble, c'est à sçauoir, 1 $\frac{4}{5}$ auec 1 $\frac{4}{5}$, il en vient 3 $\frac{3}{5}$ liures d'eau. Mais il y deuoit auoir 3 $\frac{1}{4}$ liures. Nous auons doncques excedé le but par $\frac{7}{20}$: lesquels note, auec le premier hipothese, c'est à sçauoir, 3, & le signe d'exces. Secondement, fains que l'or estoit 2 liures: il y auoit donc 3 liures d'argent. En apres dis de rechef, 5 liures d'or, donnent 3 liures d'eau: combien 2 liures d'or? ils font 1 $\frac{1}{5}$ liures. Encores, 5 liures d'argent donnent 4 $\frac{1}{2}$ liures d'eau: combien 3 liures d'argēt? Il fait 2 $\frac{7}{10}$. Adiouste 1 $\frac{1}{5}$ auec 2 $\frac{7}{10}$, il en vient 3 $\frac{9}{10}$ liures d'eau. Il y deuoit auoir 3 $\frac{1}{4}$: car il est sorty autāt de'au, quād la couronne y a este mise. Nous auons donc excedé ceste mesme chose par $\frac{13}{20}$. Fais donc par la reigle, multiplie $\frac{13}{10}$ par 3, il en vient $\frac{39}{20}$: encor $\frac{7}{10}$ par 2, il en vient $\frac{14}{20}$: lesquels soustraicts de $\frac{39}{20}$, ils laissent $\frac{25}{20}$ ou $\frac{5}{4}$. Encores oste $\frac{7}{20}$ de $\frac{13}{20}$, restent $\frac{7}{20}$, ou $\frac{3}{10}$. Diuise dōc $\frac{5}{4}$ par $\frac{3}{10}$, il en vient $\frac{50}{12}$, ou $\frac{25}{6}$, c'est à dire, 4 $\frac{1}{6}$ liures d'or. Il y auoit donc tant seulement $\frac{5}{6}$ de liures d'argent.

FORÇADEL.

De 39, qui en soustrait 14, il reste 25 : & de 13, qui leue 7, il reste 6: par lequel qui partist 25, il trouue 4 $\frac{1}{6}$, & de là, ou par là $\frac{5}{6}$.

PHRISON.

Laquelle chose à fin que tu l'examines, dis: 5 liures d'or donnent 3 liures d'eau: combien 4 $\frac{1}{6}$ d'or? fait 2 $\frac{1}{2}$ liures d'eau. De rechef dis: 5 liures d'argent, donnent 4 $\frac{1}{2}$ liures d'eau: cōbien $\frac{5}{6}$ d'argent? fait $\frac{3}{4}$ liure d'eau: lesquels adiouste auec 2 $\frac{1}{2}$ liures, il en viēt 3 $\frac{1}{4}$ liures d'eau, c'est à sçauoir, autant qu'il en est sorty, quand on y a plongé la couronne.

Hipothefes.		Differences.
3	$\frac{7}{20}$	14
2	$\frac{13}{20}$	39
	6	25

$4\frac{1}{6}$

FORCADEL.

Par la reigle d'alligation, la difference de $4\frac{1}{2}$ à $3\frac{1}{4}$, eſt 5: & de $3\frac{1}{4}$ à 3, eſt 1: ceſtui cy pour l'argent: & celuy la, pour l'or. Il y a donc le ſixieſme d'argent, c'eſt a ſçauoir $\frac{5}{9}$, & le reſte $4\frac{1}{6}$ d'or.

PHRISON.

Il faut ce pendant icy noter, qu'il n'eſtoit point beſoin à Archimede, ny à quelque autre, qui voudra eſſayer ceſte choſe, faire vne maſſe d'or ny d'argẽt de meſme poix auec la courõne, ou quelque autre choſe, qu'il faudra examiner: mais il ſuffira de quelque partie notable de poix d'or, ou d'argent.

FORCADEL.

Si la couronne, ou quelque autre choſe poiſe 10 marcs, & & qu'on ne trouue qu'vn marc d'or, & la moitié d'vn marc d'argent, ſi la couronne fait ſortir 6 liures d'eau: le marc d'or, la moitié d'vne liure: les 10 marcs en feront ſortir 5 liures d'eau. Et ſi la moitié d'vn marc d'argẽt, en fait ſortir $\frac{3}{8}$ de liure d'eau, le marc en feroit ſortir $\frac{3}{4}$, & les dix marcs, 30, c'eſt à ſçauoir, $7\frac{1}{2}$ liures d'eau, Ainſi les differẽces ſeroient 3, pour l'or: & 2, pour l'argent. Pour 3 parties d'or, il y auroit 2 parties d'argent, &c.

PHRISON.

On peut faire ces exemples icy, & autres infiniz, par la reigle de faux, leſquels qui voudroit tous rememorer, ce ſeroit vn labeur infiny, & vn ennuy intolerable. Car elle a ſous elle toutes les queſtions deuant dites, & pluſieurs autres, q̃ nous auons laiſſées: cõme ſont toutes celles preſque, qui ſe reſpondent par la premiere reigle de la choſe ou Algebre: & auſsi pluſieurs de celles, qui ſe diſſoluent, par la

par la seconde, tierce, & quarte d'icelle: combié que i'aye souuenãce qu'vn certain Christophe Rodolphe Ianuier a dit, qu'il est impossible, qu'aucun exemple, lequel la seconde, tierce, & quarte reigle enseigne, puisse estre fait par celle cy. Laquelle chose ainsi cõme il a dit vray, aussi nous monstrerons, en ayant vn peu mué nostre reigle, qu'il est autrement, & qu'il y a beaucoup de choses possibles par celle cy, qu'il a pensé estre impossibles. Et ce, que i'en dy, n'est point pour oster quelque chose de son industrie & diligence, ny aussi que ie pense que ceste reigle cy doiue estre conferée auec celle qu'ils appellent reigle de la chose: mais à fin que ie monstre l'excellence de ceste reigle icy, & que nostre petit esprit n'a pas esté totalement inutile en inuention, quand nous auons adiousté les choses, qui ne furent iamais dites d'vn autre. Toutes lesquelles n'approchét aucunement de la reigle de la chose ancienne, tant en certitude, que aussi en facilité. Mais parce qu'aux exemples, qui sont enseignez par la seconde, tierce, & quarte de la chose ou d'Algebre, il est necessaire d'auoir la cognoissance des racines quarrées & cubiques: il m'a semble bon, de conuertir premierement nostre stile à l'vsage & inuention d'icelles, & differer nostre dependence de la reigle de faux, iusques à ce que les preceptes, necessaires à ceste chose, & à plusieurs autres questions Geometriques & Astrologiques, soient expliquez.

S'ENSVIT DE L'EXTRACTION DES *racines: & premierement, des quarrees.*

LEs Geometres appellét vn quarré, vne figure plaine, de laquelle les 4 costez sont egaux entr'eux & tous les angles egalemét droicts: & appellent l'vn des costez le costé. Telle figure est produicte, si quelque ligne que soit s'aduance en largeur, iusques lá ou la lõgitude d'icelle mesme ligne attouche.

FOR-

FORCADEL.

A droicts angles: voy la 30e diffinition du premier, & premiere diffinition du second d'Euclide.

PHRISON.

Par semblable raison nous disons, en Arithmetique, vn nombre quarré, lequel peut estre ainsi colloqué en figure quarrée par les vnitez, tellemẽt que tous les costez se trouuent ensemble egaux, tels qu'ils sont icy veuz marquez.



FORCADEL.

Il y a vne fort grande differẽce entre vn quarré Geometrique & vn Arithmetique: car le Geometrique se fait, ou est cõtenu de deux costez egaux: & l'autre est le produict d'vn nõbre prins autãt de fois, ql y à d'vnitez en luy: cõme le peuuẽt tesmoigner ceux q font profession des armes. Toutesfois la consideratiõ de l'vn & l'autre est fort proffitable, comme plus que necessaire à nostre entreprise.

PHRISON.

Et appellons vn costé, racine quarrée. Et tel nõbre quarré se fait, quand tu conduis quelque nõbre, que tu veux, c'est à dire, que tu le multiplies en largeur egale à la longueur: c'est à dire, par soymesmes: cõme 5 fois 5, font 25. Nous disons donc 25 estre nombre quarré, duquel la racine est 5.

FORCADEL.

Il me semble estre à lendroit, auql (pour contenter les studieux) ie dois dire cecy. Cõme il soit ainsi, q̃ les doutes qui peuuẽt entreuenir en lisant le 10e liure d'Euclide, ne sont autremẽt demeslez, que par la cognoissance des nẽbres quarrez & de leurs racines: il est necessaire premier emẽt de cõceuoir ce que desia i'ay escrit au 3. liure de

ure de mon Arithmetique: c'est à sçauoir, que le nombre quarré d'vn quarré, qui se fait de distances egales cõtinuées, est plus petit que le nõbre quarré des poincts, qui les terminent, du double des distances plus 1: cõme 25, est plus petit que 36, du double de 5, auecq̃s 1, c'est à sçauoir 11. Et tels nombres seront tousiours impairs, par la diffinition des nõbres impairs. Maintenãt pour auoir la cognoissance des quãtitez, qui ont la raison d'vn nõbre à vn nõbre, ou nõ: ou biẽ, pour trouuer les vnes & les autres: entre les infinies sortes par lesquelles se peuuẽt trouuer deux nõbres quarrez, lesquels adioustez ensemble facẽt vn nõbre quarré, i'en escriray les deux causes qui s'ensuyuẽt: dont l'vne dit. Tout nõbre impair, est le gnomon Arithmetique: leq̃l, adiousté auec le quarré de la moitié d'vn moĩs de luy, fait le quarré au dessus plus prochain: cõme de 7, la moitié de 6 est 3, duq̃l le quarre est 9, auquel qui adiouste 7, fait 16. Pour dõc trouuer deux nõbres quarrez lesquels adioustez ensemble facent vn nõbre quarré: ie prẽdray vn nõbre impair, lequel sera quarré, ou nõ. S'il est quarré, ie le prẽdray pour l'vn: & pour l'autre, le quarré de moitié d'vn moins de luy. S'il n'est pas quarré, ie prẽdray le quarré d'iceluy pour l'vn, car il sera impair, par la 29. ꝓpositiõ du neufiesme: & pour l'autre, cõme ie viẽs de dire, le quarré de la moitié d'vn moins q̃ ledit quarré du nõbre impair nõ quarré, que i'ay pris: ainsi ayãt vn nombre quarré impair, la racine d'iceluy, la moitié d'vn moins d'iceluy, & 1 plus q̃ ladite moitie, serõt les trois nõbres, par lesquels se peut cõstituer vn triãgle orthogone: ou biẽ s'il n'est pas quarré, luy la moytié d'vn moins que son quarré, & vn plus de ladite moitié font lesdites nõbres. Pour maintenãt venir à la secõde cause, vn chacũ doit estre premieremẽt aduerty, q̃ par la 4. ꝓpositiõ du secõ d'Euclide) le quarré d'vn tout est quatruple au quarré de sa moytié: parquoy 4 fois le quarré de la moytié, fait le quarré du tout: & d'auãtage, que la racine du quarré de la moytié doublée, fait le tout: encores vn tout diuisé en deux pieces, les deux quarrez & les deux rectãgles des deux pieces sont egaux au quarré du tout: ce q̃ ie mets d'auãtage pour les plus foibles. Il faut aussi sçauoir, que de trois nõbres progressionnels Aritmetiquemẽt

distan-

distans de l'vnité, le plus grand excede le moindre de 2, doncques le quarré du plus petit, auec quatre fois le plus petit & 4, c'est à sçauoir, auec 4 fois le moyen, sera egal au quarré du plus grand: comme se void par 14, 15, 16, que le quarré de 14, c'est à sçauoir, 196, auec 4 fois 15, qui sont 60, valent 256. Si doncques le milieu est quarré, estant multiplié par 4, il fait le quarré du double de sa racine: lequel adiousté auec le quarré du plus petit, ils ferōt le quarré du plus grand, & du milieu, le plus petit estant 1 moins, & le plus grand vn plus. Ie prendray vn nombre pair, tel qu'il me plaira, comme 8, & en prendray la moitié, qui est 4, dont le quarré est 16: ce sera le milieu, auquel qui adiouste & soustraict 1, il a 15 & 17: doncques 8, 15, 17. seront les trois nombres, desquels les deux quarrez des deux, sont egaux au quarré de l'autre. Mais pourquoy nous faut il laisser les reigles tant difficiles, sans nous en manifester la cause, là ou demeure & se repose tout ce qui se peut souhaiter aux Mathematiques? Prens vn nombre quarré, comme 9, leues en 1, il reste 8, dōt le quarré, auec 4 fois 9, c'est à sçauoir, 36, font vn nombre quarré: ou adiouste 1, à 9, fait 10: du quarré duq̄l leue 4 fois 9, il reste vn nombre quarré: & 10, 8, & la racine de 36, c'est à sçauoir, 6, sont les trois nombres, par lesquels se constitue vn triangle rectangle, &c.

PHRISON.

Trouuer donc la racine quarrée de quelque nombre, est chercher vn nōbre, lequel multiplié en soy, face le nōbre proposé. Il faut donc icy premierement sçauoir les 9 racines simples, & les quarrez d'icelles, desquelles la cognoissance doit estre donnée & posée, non pas estre cherchée. Et se posent en ceste maniere.

Les racines.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Les quarrez.	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.

FORCADEL.

Outre ce, que i'en ay dit au troisiesme liure de mon Arithmetique, ie diray, que le quarré de 5, lequel se diuise en 3, & 2, se fait de 3 cinqs & 2 cinqs, par la seconde propositiō du huictiesme: car

2 trois

2 trois & 2 deux, font 5 deux, c'est à dire, 2 cinqs: aussi 3 trois & 3 deux, font 5 trois, c'est à dire, 3 cinqs: & 2 cinqs auec 3 cinqs, font 5 cinqs, &c. Pour auoir doncques la racine de 25, comme s'il estoit plus grand, ie prendray tant seulemẽt 3, dont le quarré est 9, leq̃l de 25 il reste 16: & par ce qu'en 3 deux & 2 trois y a 6 deux, ie double 3, fait 6, & diuise 16 par 6, il en viẽt 2, & reste le quarré de 2: car il faut, qu'il reste, s'il est possible, le quarré du combien: & si plus, plus: mais qu'il ne soit plus qu'il ne doit estre. 2 doncques, estant le combien, adiousté à 3, fait 5, pour la racine de tout le nõbre 25. Prens peine à bien entendre ceste chose.

PHRISON.

Ayant cogneu icelles, les racines des autres plus grands nombres sont cherchées en ceste maniere: & pour exẽple soit icy proposé le nombre 11902 5, duquel nous auons deliberé chercher la racine. En commençant doncques à dextre, note la premiere figure par vn poinct, & semblablemẽt la tierce, en apres la quinte, & ainsi cõsequemmẽt poursuis à noter les figures en laissant vne entre deux, cõme en nostre exemple, 11902 5.

FORCADEL.

Cela se fait, à cause de la proprieté des quarrez des nombres articles, c'est à dire, qui se mesurent par dix: comme ie l'ay tresbien demonstré au troisiesme liure de mon Arithmetique.

PHRISON.

Ces notes icy, outre l'vsage qu'ils ont à operer, demonstrent aussi par combien de figures il faut escrire la racine du nombre proposé.

FORCADEL.

Cela doncques doit estre l'autre conception de celuy qui cherche.

PHRISON.

Et par-ce que l'extraction des racines differe peu à diuision, commence à senestre, & cherche la racine du dernier

nier nombre, qui eſt depuis le dernier poinct, ſoit qu'il ſoit d'vne figure ou de deux.

FORCADEL.

Car il ne peut pas eſtre de trois, ſinon par vne abondance expreſſe de memoire. L'extraction ſe dit auſſi peu differente à diuiſion, par-ce qu'on cherche en combien egal à ſon partiteur, c'eſt à dire, au nombre qui a party: ou d'vn nombre donné on trouue le partiteur egal au combien.

PHRISON.

Ou s'il n'en a poinct, prens le moindre plus prochain. Comme en noſtre propoſé, le nombre qui eſt apres le dernier poinct, vers la ſeneſtre, eſt 11, qui n'eſt point trouué en la table des quarrez: il n'eſt donc poinct quarré, mais le moindre quarré plus prochain eſt 9, ſa racine eſt 3. Mets icelle racine à part à dextre, encloſe dedans la ligne ſemicirculaire, ainſi qu'on a accouſtumé faire en diuiſion: & leue enſemble iceluy moindre quarré, c'eſt à ſçauoir 9, du nõbre mis depuis le dernier poinct, c'eſt à ſcauoir, de 11: reſtẽt 2, leſquels eſcris ſur le nombre propoſé, ainſi comme en diuiſion.

2
xx9025 (3
9

Et ce, que nous auons dit maintenant, eſt le premier en toute extractiõ de racine, & n'eſt plus repeté: mais ce qui eſt dit cy apres, doit eſtre repeté autãt de fois, qu'il y aura de poincts au reſte: c'eſt à ſcauoir, double tout ce, qui eſt conioinct dans la ligne ſemicirculaire, mets le double au milieu entre le prochain poinct vers la dextre, s'il eſt d'vne ſeule figure: mais s'il y en a deux, ou pluſieurs, tu mettras les autres en apres par ordre vers ſeneſtre: comme, cõme, double 3, il en vient 6, leſquels mets ſous 9. En apres ce double icy ſoit comme diuiſeur, voy combiẽ de fois il eſt au nombre eſcrit ſur luy: eſcris ce quotient apres la ligne

lunaire

lunaire à dextre, comme en diuision: & escris le aussi apres le diuiseur à dextre, tousiours sous le poinct. En apres multiplie le diuiseur auec la figure adioustée, par ce quotient maintenant trouué: & leue le produict du nombre escrit au dessus, en colloquant le reste sus les autres, ainsi comme en diuision. Comme, par-ce que 6 est contenu au superieur, c'est à sçauoir, 29, quatre fois, mets 4 apres 3, & semblablement apres 6 sous le poinct. En apres ie multiplie 64 par 4, il en vient 256: lesquels ie leue de ceux de dessus, c'est à sçauoir, de 290, restet 34, lesquels ie colloque sus l'autre nombre. Et ceste chose icy est celle, que les ieunes esprits ont en haine d'apprẽdre, pour l'obscure tradition enueloppée comme vn labyrinthe, q̃ sont les autres en ceste chose icy: car tout ce qui reste apres, ne differe point d'vne seule syllabe à la reigle, que nous venõs de dire: qui se doit autãt de fois repeter, qu'il y aura d'autres poincts, sous lesquels il n'y a eu encores aucune soustraction faite. Comme, par-ce qu'en nostre exemple il reste encores vn poinct, nous doublons derechef, tout ce qui est en la ligne lunaire, c'est à sçauoir, 34, il en sorte 68: lequel double nous escrirõs entre le poinct prochain, en mettãt la premiere, c'est à sçauoir 8, sous 2: & l'autre 6, en apres sous ø. Maintenant i'enquiers combien de fois est 68 en 342, ou 6 en 34, c'est à sçauoir, le nombre escrit sur luy, en maniere de diuision: & par-ce que 6 est contenu 5 fois en 34, ie mets 5 apres la ligne lunaire vers dextre, & semblablement apres le double sous le poinct. Ie multiplie 685 par 5, il en vient 3425, lesquels leuez de ceux de dessus, reste rien. Laquelle chose monstre, que le nombre proposé est vrayement quarré. Autrement, s'il fust demeuré quelque chose en la derniere soustraction, le nombre proposé eust d'autant esté different du quarré.

234   234

xx9025 (34   xx9025 (345

64   685

256   3   3425

254

xx9024 (345

668

FORCADEL.

Du plus prochain quarré dudit nombre, si le reste est plus petit, que le double du combien adiousté auec 1.

PHRISON.

Il faut icy noter, si de la multiplication du simple escrit au quotient, par le double auec la figure adioustée, il en vient plus, qu'il n'en pourroit estre leué du nõbre dessus, alors il faut effacer iceluy simple, & tant au quotient que sous le poinct, & y en escrire vn autre moindre de l'vnité: & faut faire tousiours cela, iusques à ce que le nõbre prouenant de la multiplicatiõ, puisse estre leué du superieur. Exemple. On cherche la racine de 784: le premier simple sera 2, comme la racine prochaine de 7: son quarré 4, estant leué de 7, il delaisse 3: en apres double 2, font 4, lesquels estant mis au milieu entre les poincts, ils seront au lieu du diuiseur. Cherche donc combien de fois est 4 en 38: & par ce que tu l'y trouues 9, escris 9 aux deux lieux predits: en apres multiplie, il en viét 441. Et par ce qu'ils excedét le superieur, il faut effacer 9 de l'vn & l'autre lieu, & remettre 8: puis multiplie, & soustrais, cõme il faut.

36   3   3

784 (28   784 (29   784 (28

4   49   48

441   384

Secon-

Secondement, il faut noter, que si quelque fois le diuiseur n'est point au nombre superieur, on doit escrire 0, au quotient, ainsi comme il est dit en la diuision. Et alors de rechef il faut commencer à la reigle de lextraction des racines, en doublant, c'est à sçauoir tout le quotient, &c. Mais il faut mettre celuy double entre les autres prochains poincts: ou s'il n'y à pas d'autre poinct qui ensuyue, l'operation sera parfaite.

Exemple		Autre exemple.	
366025	605	1632	40
12	la racine.	8	la racine, restét 32
1205			
6023			

Et à fin qu'on retienne plus fermement ceste reigle icy, voy par quelle raison elle est construite: car tout ainsi que les nombres quarrez prouiennent par la multiplication des racines, aussi semblablement les racines sont de rechef colligées des quarrez. Et à fin que tu entendes cecy plus facilement, partis le nombre à multiplier, en autant de parties, qu'il s'escrit de figures: & parfais la multiplication en ceste sorte. Comme, je veux multiplier 23 en soy, premieremét 3 sont multipliez par 3, puis apres 3 par 2, en apres 2 par 3, & finalement 2 par 2: & le nombre estant diuisé, on multiplie 3 par 20, & 3 par 3: semblablement 20 par 3, & 20 par 20.

Dont nous colligeons en toute multiplication quarrée, vne chacune partie du nombre ainsi diuisé, estre multiplié vne fois en soy, & deux fois par vne chacune des autres; laquelle chose (ainsi comme la quarte du second d'Euclide enseigne) aussi peut on veoir par experience. Et au contraire donc, nous tirerons facilement les quarrez de chacune partie, lesquels obtiennent tousiours, en la collection des multiplications, les lieux impairs. En apres, par ce que chacun simple est multiplié deux fois par

tous les autres, pour telle cause nous doublons celuy simple desia trouué, & cherchons quel est le simple, qui, estãt multiplié par ce double, & en apres au prochain lieu multiplié en soy, efface le nombre mis sur luy: & perseuerons en ceste maniere, iusques à ce, que nous auons autant de simples, comme il y a de lieux impairs aux quarrez.

La somme de ceste doctrine est, qu'il faut trouuer premierement la racine du nombre, qui est apres le dernier point vers senestre, &c. & cela tant seulement vne fois. Secondement, il faut doubler tout ce qui est au quotiét, & le mettre entre les poincts. Tiercement, il faut diuiser par le double, en cherchant combien de fois il est contenu au nombre mis dessus. Quartement, il faut multiplier le simple trouué par le double auec celuy mesme simple adiousté. Et finalement, il faut soustraire, & noter le reste sur le lieu dessus. Tu colligeras les minutes du residu, si aucun en y a, en ceste maniere: Double la racine inuentée, apres adiouste y l'vnité: & escriras sur ce nombre icy comme estant denominateur, le residu.

FORCADEL.

Alors la racine sera plus petite: mais si le double tant seulement est pris pour denominateur, ce, qui se prend au lieu de la racine, sera plus grand que la racine, toutesfois toutes deux de bien pres: comme ie l'ay demonstré en mon troisiesme.

PHRISON.

Autrement, si tu veux colliger quelconques parties, multiplie le nom d'icelles parties en soy mesmes: & par ce qui est produict, multiplie le nombre, duquel il faut chercher la racine: & cherche la racine de ceste somme. La racine sera le numerateur des parties. Exemple. Ie veux chercher la racine de 200: & par-ce qu'il n'est pas nõbre

quar-

quarré, ie veux trouuer sa racine en minutes, ou parties, c'est à dire, combien de centiesmes, ou autres parties a la racine, outre les entiers. Maintenant doncques, à cause de doctrine, il me plaist trouuer les centiesmes. Multiplie donc 100 en soy, c'est à dire, par 100: il en vien 10000, qui derechef multiplie par 200, ils font 2000000, la racine d'iceluy, est 1414 centiesmes, lesquelles peuuent estre escrites en ceste maniere $\frac{1414}{100}$. Et par-ce que le superieur est plus grand que l'inferieur, par les reigles des reductions, diuise le superieur par l'inferieur, il en vient 14 & $\frac{14}{100}$, c'est à dire, $\frac{7}{50}$. Tu trouues doncques la racine de 200 estre $\frac{7}{50}$: & ce, assez parfaitement: car ny la centiesme partie certainement d'vn entier n'y deffaut point.

FORÇADEL.

Comme il soit ainsi, que par tout ou il y a des cinquantiesmes, il y a des centiesmes: si le nõbre, duquel tu cherches la racine, n'est pas quarré, augmente le d'vn point par deux nulles, & la racine seront dixiesmes: si d'vn autre point par deux autres nulles, seront centiesmes: & si tu l'aduãces de trois poincts par des nulles, seront milliesmes, &c.

PHRISON.

Et ne te fatigue point trop aussi en cherchant la racine: car si tu ne la trouues par la premiere inquisition, iamais la racine ne pourra estre donnée legitimemẽt en operant. Car plusieurs nombres deffaillẽt des vrayes racines, & on appelle iceux sourds.

La preuue.

Multiplie la racine desia trouuée, en soy mesmes: & adiouste le reste, si point en y a, au produict: alors si la premiere somme, de laquelle tu as cherché la racine, reuient, tu as bien fait: autrement, ne doute point, que tu as failly en quelque lieu.

En obseruant la condition que i'ay dite cy deuant: tout ainsi qu'en la diuisiõ, la racine, multipliée en soy, fait le nõbre proposé.

DE LA RACINE CVBE.

PHRISON.

Tout ainsi que la racine quarrée est dite le nombre, qui multiplié en soy, constitue vn nombre quarré, & ce à la similitude des quarrez en Geometrie, ainsi q̃ nous auõs dit: ainsi la racine cubique a pris son nom du cube Geometrique: Car tout ainsi que le cube est fait premieremẽt de la multiplication d'vn costé en l'autre (car la superficie est constituée en ceste sorte) en apres de la multiplicatiõ d'icelle mesme superficie desia procreée par la mesme ligne du costé, tels que sont ces corps qu'on nomme dets: tout ainsi le nombre cube est dit, qui prouient de la multiplication de quelque nombre en soy mesme, & en apres de la multiplication d'iceluy nombre par le produict.

figura Cubici numeri

Cubus Tessera *Cubus 64 Radix 4*

Tel premier nombre nous l'appellons racine cubique. Comme, multiplie 6 en soy, c'est à dire, par 6, il en sortet 36: lesquels de rechef multiplie par 6, il en sortent 216. Nous disons donc 216 estre cube, & 6 sa racine cube.

FOR-

FORCADEL.

Tout ainsi, que par la premiere propositiõ du sixiesme, on trouue le contenu d'vn quarré, &c, aussi par la 25e proposition de l'onsiesme on trouue le contenu d'vn cube, &c.

PHRISON.

Nous enseignons donc en ce lieu icy, de chercher telle racine. Tout ainsi donc qu'aux quarrez il faut cognoistre les neuf premiers quarrez, & leurs racines semblablemẽt icy, il conuient premierement sçauoir les neuf premiers nõbres cubes, & leurs racines, qui sont en telle maniere.

Les racines.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Les quarrez.	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.
Les cubes.	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.

Mais à fin que la raison d'extraire les racines cubes soit plus facile, regarde vn peu la generatiõ des nõbres cubes par leurs racines. Car la raison sera cõtraire à extraire la racine. Si dõcques quelque nõbre est multiplié en soy cubement, c'est à dire vne fois en soymesme, & en apres de rechef se multiplie par son ꝑduict: le nõbre ainsi engendré, est appellé cube. Et iceluy mesme cube sera produict, si quelcũ separe sa racine en tant de parties qu'il voudra, & s'il multiplie vne chacune partie par soy cubemẽt en apres s'il multiplie de rechef le triple d'vne chacune partie par le quarré des autres l'vn apres l'autre. Cardan à demõstré ceçy elegãment en deux parties. Mais il suffit aux Arithmeticiens monstrer à l'œil les demonstratiõs, pour ceux qui apprennẽt. Proposons donc ce nõbre icy 345, pour estre multiplié en soy cubemẽt: ie le coupperay en ses parties, c'est à sçauoir, 300, 40, 5. Ie multiplie vne chacune partie en soy cubemẽt, il font 27000000, 64000, & 125.

FORCADEL.

Il faut aussi prendre le cube de 5, preuoyant qu'il le faudra adiouster au cube de 340, &c. pour auoir le cube de 345.

PHRISON.

En apres ie multiplie le quarré de 300, c'est à sçauoir, 90000, p le triple de 40, c'est à dire, 120, font 10800000. Semblablement ie multiplie le quarré de 40, c'est à sçauoir, 1600, par le triple de 300, c'est à sçauoir, 900: ils font 1440000. Puis ie prens ces deux parties pour vne, laquelle sera 340: le quarré d'icelle 115600. Ie le multiplie par le triple du reste du nõbre, c'est à sçauoir, par 15: ils font 1734000. Puis ie multiplie apres le quarré de cestuy, c'est à sçauoir, 25, par le triple d'icelluy, c'est à sçauoir, 1020, ils sont produicts 25500. Finalement i'assemble ces trois cubes, auec les quatre autres produicts, en vne somme, & trouue 41063625. Ie trouue celle mesme somme icy, si ie multiplie 345 en soy, et de rechef par son produict: en sorte que par voye contraire, les cubes sont faits, & les racines sont extraictes. Car tu vois comme en la production du cube, il y a autant de cubes particuliers, comme il y auoit de figures en la racine: & vn chacun cube obtient son lieu distant de l'autre de deux lieux: en apres le quarré d'vn chacun nombre quel qu'il soit commençant à senestre, est multiplié trois fois par la precedente, & alternatiuement, le quarré du precedẽt est multiplié trois fois par les suyuans conioinctement. Il ne se faut pas donc esmerueiller, si en l'extraction des racines on procede par voye contraire. Cecy, que nous venons de dire, pouuoit estre cõfirmé par demõstrations Geometriques: mais (ainsi que nous auons dit) les inductions faites par experience doiuent suffire aux Arithmeticiens, par-ce que les nombres sont subiects aux sens.

FORCADEL.

Les pieces, telles que nous auons dit cy deuant, desquelles se fait le quarré de quelque nombre: qui soit diuisé en deux pieces: quãd elles sont multipliees par les pieces dudit nombre, premierement par l'vne, & puis par lautre, font les produicts, lesquels adioustez

ſtez enſemble ſont le cube dudit nombre, par la vingtcinqieſme propoſition de l'onzieſme, & quatrieſme du ſecond, ou bien par la premiere du meſme ſecond, & ſeconde du huictieſme (car on peut prendre tels deux nombres qu'on voudra, pour premiers, à celle fin que la rigueur de ladite ſecõde ne ſoit pas violée) comme du quarré de 7, c'eſt à ſçauoir, de 49, diuiſé en deux pieces, c'eſt à ſçauoir, en 2 & en 5, les pieces ſont 4, 10, 10, 25. Tout ainſi doncques que 7 fois 49 font 343, tant par l'entiere multiplication par 7, qu'auſſi par ce que 2 fois 49, & 5 fois 49, font 7 fois 49: auſſi les produicts deſdites quatre pieces multipliées par 2, & puis par 5, qui ſont 8, 20, 20, 50, 20, 50, 50, 125, adiouſtez enſemble, feront 343: vn chacun des trois vingts ſe fait de 2 cinqs 2 fois, c'eſt à ſçauoir, de 2 deux 5 fois, le quarré de l'vn par l'autre, par l'vne & par l'autre demonſtration. Doncques les 3 vingts ſe font de 3 cinqs 4 fois, le triple de l'vne par le quarré de l'autre. Et ſemblablemẽt les 3 cinquantes, ſe ſont de 3 deux 25 fois: 8 eſt le cube de l'vne, & 125 le cube de l'autre: d'ou viẽt qu'ayant trouué vne piece de la racine de quelque nombre propoſé, on prend le triple, & ſe garde, & le multiplie lon par la piece qu'on a, pour auoir le triple du quarré d'icelle: & par iceluy produict on preſage (en le faiſant partiteur du reſte) quelle pourroit eſtre l'autre piece: par laquelle (ſi elle l'eſt) on multiplie le partiteur, puis le quarré d'icelle, par le triple gardé: & à ces deux produicts on adiouſte le cube d'icelle: & toute la ſomme doit faire le nombre reſté, dont ſ'en eſt enſuyuie l'abbreuiation que i'ay trouuée, & eſcrite en mon troiſieſme. L'aduancement des figures (comme i'ay dit) vient de la force des nombres articles, deſquels la proprieté eſt cauſe en ceſte reigle du couppemẽt des figures, de trois à trois, & aux quarrez de quarrez (ſans l'abbreuiation d'en prendre la racine, & d'icelle la racine) de quatre à quatre, &c.

PHRISON.

Voulant dont chercher la racine cube de quelque nõbre plus grand que 1000 (car il n'y a pour d'art à plus

petits, sinon par fractions, comme nous enseignerons, ou de la table) note la premiere figure par vn poinct : en apres en laissant deux figures entredeux, la quarte: & ainsi en apres iusques à la fin, en allant de dextre vers la senestre, delaissant deux figures, note la suyuante auec vn poinct, comme tu vois icy, 41063625.

FORCADEL.

Le couppement des nombres, desquels on cherche la racine de trois à trois figures, ne s'estend pas aux nombres moindres que 1000, par-ce quelle prend sa cause des cubes des nombres articles, desquels le premier est mil. Et de ce nombre proposé il nous faut premierement chercher comme la racine de 41063, & l'estêdre à 41063625, &c.

PHRISON.

Et icy de rechef ainsi comme aux quarrez, autãt qu'il y aura de poincts, autãt y aura il de figures, qui representeront la racine cube du nombre proposé, pour les causes ia dites. Voy aussi quelle est la racine cube du nõbre, qui est depuis le dernier poinct vers la senestre, ou soit q'l soit d'vne seule figure, ou de deux, ou bien de trois: mais si la racine ne s'offre proprement, cherche ce nõbre en la table entre les cubes. Que si ainsi est, qu'il n'y soit trouué, regarde le moindre plus prochain, & note la racine d'iceluy a part, cõme aux quarrez. Ainsi cõme en nostre exẽple, cherche 41 entre les cubes. Mais parce qu'il n'est point entre iceux ie prens le moindre plus ꝓchain, c'est à sçauoir, 27, duql la racine cube est 3: note icelle à part. En apres soustrais ce cube (cõme 27, en nostre exẽple) du nõbre ꝓposé, depuis le dernier poinct, c'est à sçauoir 41, restẽt 14: escris iceux au dessus, tout ainsi qu'il est dit en diuisiõ & aux quarrez.

14
41063625 (3
27

Et cecy

Et cecy est le premier precepte en toute extraction de racines, & n'est plus apres repeté. Mais la reigle q̃ s'ensuit, sera autát de fois repetée, qu'il y aura de poincts de reste. C'est à sçauoir, triple tout ce qui est au quotiét: & mets le triple sous la prochaine figure precedét le poinct vers la senestre: & s'il y a plusieurs figures, soient mises les autres par ordre. En apres multiplie de rechef iceluy mesme quotient par le triple, ou triple le quarré du quotiét: car tu feras vne mesme chose. Note le produict vers la senestre, plus loing d'vn lieu que le triple n'a commécé; & au lieu inferieur, en sorte, qu'ils soient desia deux nombres reseruez, desquels nous appellerõs le premier, le triple: & l'autre, diuiseur. Tu partiras par ce diuiseur, q̃ est le triple du qurré du quotient, le nombre escrit au dessus de luy, adioustant toutesfois la condition qui ensuit. Regarde diligemment combien de fois ce diuiseur icy peut estre contenu au nombre mis au dessus de luy: escris ce quotient à costé du premier, vers la dextre: & de lá multiplie ce simple ou quotient trouué par le diuiseur: mets le produict sous iceluy mesmes diuiseur: incontinét multiplie en soy, ou (ainsi qu'on dit) quarre ce mesme simple ou quotiét: en apres le quarré par le triple, & mets le produict sous ce triple icy, & au lieu plus bas que n'est le premier produict. Finalemét cube ce mesme simple ou quotient, c'est à dire, multiplie le en soy, & de rechef par le produict: note ce cube icy sous le poinct, & au plus bas lieu. Soustrais doncques ces trois produicts estás assemblez en vne somme, toutesfois par tel ordre qu'ils sont mis, du lieu dessus, s'ils peuuent estre soustraicts, & escris le reste dessus: mais s'il est moindre, il faut diminuer ce simple là du quotient iusques à ce qu'en fondant par multiplication & addition, il puisse estre soustrait du superieur, le diuiseur & le triple demourans tousiours. Comme en nostre exemple, triple le quotient, c'est à sçauoir, 3. il en vient 9: les

lesquels escris sous 6, en apres multiplie ce mesme 3 par 9, il en vient 27: lesquels seront posez vne figure apres vers senestre, & au lieu plus bas. Diuise donc 140 par 27, & tu le trouueras estre contenu 4 fois en 140. Escris dõc 4, auec 3: maintenãt multiplie 4 par 27, il en vient 108, lesquels faut mettre sous 27. Secondement multiplie 4 en soy quarrément, c'est à dire, vne fois: il en vient 16: multiplie les par le triple, c'est à sçauoir, 9: il en viẽt 144, qu'il faut mettre sous le triple. Tiercement, multiplie 4 en soy cubemẽt, c'est à sçauoir, deux fois: il en vient 64: il les faut mettre sous le poinct. Finalement, ayant assemblé ces trois produicts en vne somme, ils font 12304: lesquels leue de ceux dessus, en escriuant le reste 1759.

	1	
	x47 54	
	4x06 3625	(34
Le triple.	9	
Le diuiseur.	27	
	108	
	144	
Le cube.	64	
La somme.	12304	

C'est donc icy le sommaire de toute l'operatiõ: car tout ce qui reste en apres, ne differe pas d'vn seul point à la reigle, que nous venons de dire. Mais toutesfois à fin que les studieux ne nous accusent de paresse, nous repeterõs l'operation de la reigle par l'exemple proposé. Triple donc tout le quotient, c'est à sçauoir, 34: il en sort 102, lesquels tu mettras en telle sorte, q̃ la premiere soit sous la figure q̃ est la plus prochaine ensuyuãt le poinct precedent, & les autres par ordre. En apres multiplie de rechef tout le quotiẽt, c'est à sçauoir, 34, par le triple, c'est à sçauoir 102, il en vient 3468: escris iceux sous le triple

ple, mais de telle sorte, que la premiere figure soit vn lieu apres le commencement du triple: & ce nombre icy sera au lieu du diuiseur. Or voy maintenãt combien il est cõtenu de fois au nombre dessus: & par-ce que 3 est contenu tant seulement 5 fois en 17, adiouste 5 au quotient: en apres multiplie 5 par 3468, qui est diuiseur il en viẽt 17340: qu'il conuient mettre sous le diuiseur. Secondement, multiplie le quarré de celuy mesme simple adiousté dernieremẽt apres le quotiẽt, qui est 25, par le triple, c'est à sçauoir, 102, il en vient 2550, qu'il faut mettre sous le triple. Tiercement, multiplie celuy mesme 5, dernierement mis apres le quotient, en soy deux fois, c'est à dire cubement: il en vient 125, qu'il faut mettre sous le poinct. Finalement, ces trois prouenuz ou produicts assemblez en vne somme, en tel ordre qu'ils sont mis, font 1759625: lesquelles estãt soustraicts de ceux de dessus, ils delaissent rien. Qui monstre, que le nombre au commencement proposé, est vrayement cube. Et par-ainsi tu as trouué la racine cube d'iceluy estre 345.

```
        1
      x4759
      4x06x625      (345
          102
         3468
      ___________
        17340
          2550
           125
      ___________
      1759625
```

Il faut aussi icy noter, ce que nous auõs dit aux quarrez, que, quand par la diuision il ne se trouue aucũ quotient, il faut escrire ciphre, o, au quotient, & puis de-rechef cõmencer à la reigle: premierement, en triplant & mettant le triple sous la figure prochaine du poinct precedent, & les

les autres par ordre. Voy l'exemple ſuyuant, 129554316: la racine d'iceluy eſt 506, & reſtent 100. Encores la racine de ceſtuy cy 8061234 eſt 200, & reſtent 61234. Et par ce moyen tels nombres ne ſont pas cubes, & auſsi la racine d'iceux ne pourra iamais eſtre trouuée, qu'il n'y ait touſiours quelque peu de deffaut, ou ſuperflu.

FORCADEL.

Quand il reſte quelque choſe, tu multiplieras la racine par vn, plus d'elle, & en triplant le produict, il t'y faut adiouſter vn: & ſi la reſte eſt plus petite qu'vne telle ſomme, fais de la reſte, le numerateur: & de la ſomme, le denominateur de la fraction à peu pres. Mais ſi la reſte eſt egale, ou plus grande que la ſomme, cela te monſtre, que la racine eſt plus grande d'vn, ou de plus d'vn, c'eſt à dire, que la racine du plus grand cube, enclos en ton nombre propoſé, eſt plus grāde. Et de la ſ'enſuit, que, ſi la reſte eſt plus petite, egale, ou vn peu plus grande que la racine, ou le combien des combiens: ou bien, ſi la reſte eſt vn peu plus grāde que le double du produict, qui doit eſtre triple en adiouſtant au triple vn: la racine du plus grand cube, enclos au nombre propoſé, eſt bien prinſe, mais toutes fois que le cube d'icelle adiouſté auec la reſte, facent le nōbre propoſé. Et cecy tu le prendras pour la preuue.

PHRISON.

Toutes fois la racine cube d'iceux peut eſtre cherchée aſſez preciſément par parties ou fractions, q̄ peu ſ'en faudra ou rien, n'y ſera deſiré: laquelle choſe ſe fait en ceſte maniere. Multiplie le nominateur de la fraction en ſoy cubemēt: & multiplie ce produict, par le nombre duquel on propoſe trouuer la racine: & cherche la racine cube de tout ce produict, & icelle te monſtrera autant de parties, comme tu as voulu ſçauoir que la racine contient. Exemple. Ie veux ſçauoir combien de centieſmes parties a la racine cube de 623, & pour ceſte cauſe ie multiplie 100 en ſoy cubement, font 1000000, ie multiplie par iceluy 623, il en ſort 623000000: la racine cube d'iceluy eſt

est 854,& restent 164136. Ie dis donc la racine cube de 623 estre $\frac{854}{100}$, c'est à dire, 8 entiers & $\frac{54}{100}$, qui valent la moitié & $\frac{1}{25}$. Et en ceste sorte tu peux chercher non pas seulemēt les centiesmes parties, mais aussi les miliesmes, & miliesmes de miliesmes: & non point seulement aux entiers, mais aussi aux fractions ou minutes:

FORCADEL.

Si tu augmētes le nombre proposé, de trois lieux par des nulles, sa racine seront dixiesmes: si d'autant, c'est à sçauoir, de six lieux, seront centiesmes: miliesmes, de neuf, &c.

DES PARTIES OV MINVTES.

PHRISON.

SI tu veux trouuer la racine quarrée ou cube des parties cherche la racine du numerateur & la racine du denominateur, lesquelles deux expliquerōt la racine: comme, la racine quarrée de $\frac{16}{25}$, est $\frac{4}{5}$: encores la racine cube de $\frac{27}{64}$, sont $\frac{3}{4}$.

FORCADEL.

Cela se fait par l'opposite de la multiplication d'vne fraction par soy mesmes, en l'vne: & en l'autre, par le produict de soy multiplie par la fraction, &c.

PHRISON.

Mais quand l'vn des deux deffaut de racine, tu la cherches en vain en l'autre: comme $\frac{16}{27}$, combien que la racine quarrée de 26 soit baillée, toutesfois pour-autant q̄ 27 n'a point de racine quarrée, ie dis, que la fractiō n'a point de racine. Au contraire, combien que 27 ait la racine cube, toutesfois ie dis, que la fraction n'a point de racine cube, par ce que 16 n'a point de racine cube. Par ce moyen $\frac{16}{27}$ n'ont point ny racine quarrée, ny racine cube.

FORCADEL.

Qui se puisse exprimer, ny aussi $\frac{12}{25}$, $\frac{13}{27}$, $\frac{11}{15}$, &c. $\frac{8}{27}$ n'ont point de racine quarrée, ny aussi $\frac{25}{49}$, de racine cube, &c.

PHRI-

PHRISON.

Toutesfois la racine peut estre cherchée en ses semblables icy aux plus petites particules, qui ne deffaudront de rien au sens, par la reigle deuāt donnée des nōbres sourds, aux entiers. Ou s'il te plaist le faire par vne maniere plus briefue, mets plusieurs ciphres deuant le numerateur, & le denominateur, toutesfois plusieurs à l'vn, & à l'autre egalement. En apres cherche la racine de l'vn & de l'autre: & la racine du numerateur, sera numerateur: & la racine du denominateur, denominateur: qui expliquerōt la racine des parties: comme il me plaict sçauoir la racine de *dodrans*, ou $\frac{3}{4}$, ie mets quatre ciphres deuant le numerateur & le denominateur, en ceste maniere $\frac{30000}{40000}$: en apres ie cherche la racine de $\frac{30000}{40000}$, laquelle ie trouue estre 173. Par semblable maniere ie cherche la racine de 40000, quelle vaut 200: dont ie conclus la racine de $\frac{3}{4}$ estre $\frac{173}{200}$.

FORCADEL.

Mais elle sera plus grande ou plus petite, à cause des nōbres non quarrez: & selon la consideration du plusieurs fois au simple, tant pour ce qui est dit aux entiers, qu'icy, la racine de l'vne est egale à la racine de l'autre, par la 22e proposition du sixiesme, pour les quarrez, & pour les cubes, par la trenteseptiesme proposition de l'onziesme liure d'Euclide.

PHRISON.

Touchant les autres racines des nombres, cōme sont, quarrez de quarrez, quarrez de cubes, sourds, solides, ainsi qu'on les appelle, & toutes les autres en infinité, nous enseignerons le moyen de les chercher, Dieu aydant, quand nous traicterons à part de la reigle d'Algebre, ou de la chose. Nous monstrerōs maintenant l'vsage de ceux cy, par aucunes briefues questions, lequel toutesfois est fort grand en Geometrie & Astrologie.

FOR-

FORCADEL.

I'ay escrit abondamment en mon troisiesme liure la propre cause & la maniere de trouuer la racine telle qu'on voudra de quelque nombre qui soit proposé : là ou ie renuoye les studieux, iusques au temps qu'auec vne meilleure commodité ie puisse prendre le loisir auec l'ayde de Dieu, d'en escrire ce ; que i'en pourrai dire d'auantage.

La premiere question.

PHRISON.

Vne certaine tour est haulte de 200 pieds, & a vn fossé tout à l'entour de 60 pieds: maintenant il faut faire vne eschelle depuis le bord en ça iusques au sommet de la tour. Tu trouueras la longueur d'icelle en ceste maniere: Multiplié 200 en soy quarrement, il en sourd 40000: semblablement 60 en soy, ils font 3600: lesquels adiouste au premier quarré, c'est à sçauoir 40000, il en vient 43600. La racine quarrée d'iceluy, c'est à sçauoir, 208 $\frac{14}{17}$ presque, monstre la longueur de l'eschelle, qu'il conuient faire. De laquelle chose la raison est, par-ce que icy se doit entendre vn triangle rectangle, duquel les deux quarrez des moindres costez, font tousiours autant, comme le quarré du plus grand costé, par la penultiesme du premier d'Euclide.

FORCADEL.

La racine de 43600 est 208 $\frac{112}{139}$ plus petite, & plus grande 208 $\frac{21}{26}$: mais elle est prinse en dixseptiesmes, par-ce que le denominateur de la fraction nommée est 17: dont il en vient 208 $\frac{13}{17}$ & beaucoup plus, ou peu s'en faut de 208 $\frac{14}{17}$.

La seconde question.

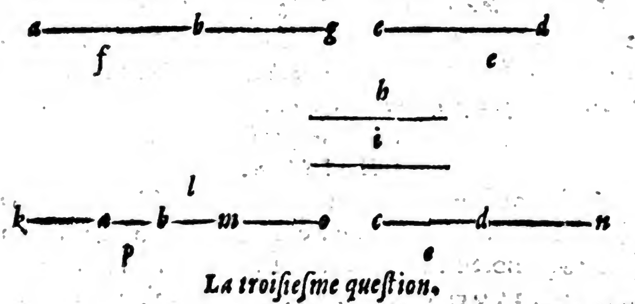
PHRISON.

Si du mesme fondement, tu as vne eschelle de 100 pieds, & tu retires icelle de 20 pieds loing de la tour, tu sçauras combien elle se pourra estēdre contre la tour: car multiplie 100 en soy, font 10000: semblablement 20,

font 400: lesquels oste de 10000, restent 9600: duquel la racine quarrée, trouuée par la maniere donnée, mōstrera combien l'eschelle est estendue contre la tour: c'est à sçauoir vn peu moins que 98 pieds.

FORCADEL.

De ceste demonstration encores en pouuons nous tirer cecy: Si des deux quarrez des deux costez d'vn triangle rectangle (qui font l'vn des angles poinctu) se soustraict le quarré de l'autre, il restera le double du quarré du costé, auec lequel il fait l'angle droict. Car ayant deux quantitez egales, dont l'vne soit entiere, & l'autre diuisée en deux pieces, si à l'entiere s'adiouste l'vne des pieces de l'autre, & se soustraict l'autre piece, il reste le double de l'adioustée: comme de a.b entiere, & c.d, diuisée en c.e & e.d: si de a.b se leue e.d par a. f, & à la mesme s'adiouste c.e par b.g, il reste f.g: dont f.b est egale à c.e, par la troisiesme commune sentence du premier. Doncques f.g, est double à c.e. Et cecy est la cause de la 13. proposition du second, & de ce qui est dit de tout autre triangle, mais que de l'vn des angles la perpendiculaire tirée sur le costé opposite tombe dedans iceluy: car si à a.b, s'adiouste h par a. k, & le double de i, par b.l.m, puis à c.d, le mesme h par d.n: si à k.m, s'adiouste c.e par m.o, & de là mesmes se soustraict e.n, par k.p: il restera p.o: dont p.b, est egale à m.o, & par la seconde commune sentence du premier, p.l, à l.o. Doncques p.o, est double à c.e, auec i, comme d'vne.

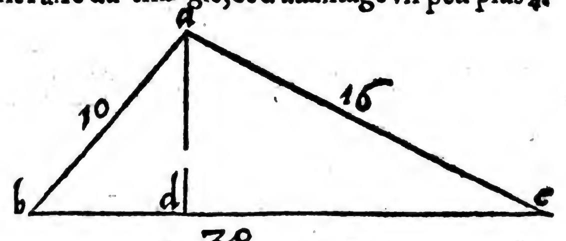


La troisiesme question.

PHRI-

PHRISON.

On propose vn champ triangulaire & non rectangle, duquel les trois costez sont cogneuz, 16. 10, 20: mais la capacité ou quantité du champ triangulaire ne peut estre cogneuë commodement, si on ne cognoist la ligne perpédiculaire du plus grád angle au costé opposite, telle qu'est a. d: laquelle si tu la multiplies par la moitié de b. c, il en vient la vraye aire ou superficie du champ. Or à fin doncques que tu trouues la ligne a. d, par les nombres, par la treziesme du second d'Euclide, multiplie vn chacun costé en soy: ils font 100, 256, 400: en apres adiouste les deux plus grand quarrez, c'est à sçauoir, 256, auec 400: il en vient 656: desquels soustrais le plus petit quarré, c'est à sçauoir, 100: il reste 556: prens en tousiours la moitié, font 278: lesquels diuise par le plus grand costé, c'est à sçauoir 20, ils font $13\frac{9}{10}$, la ligne d. c, c'est à sçauoir, tousiours la plus grande portion de la base. Les autres doncques b.d, $6\frac{1}{10}$. Maintenant à fin que tu ayes la ligne a. d, multiplie $6\frac{1}{10}$ en soy, font $37\frac{21}{100}$: encores multiplie 10 en soy, ils font 100: oste le moindre du plus grand, il reste $62\frac{79}{100}$, duquel la racine quarrée monstre la longueur de la perpendiculaire a.d, c'est à sçauoir, enuiron $7\frac{9}{10}$ & $\frac{19}{79}$ d'vn dixiesme: laquelle si tu la multiplies par la moitié de la base, c'est à sçauoir, 10, il en sortent 79. Et autant contient l'aire du triangle, & d'auantage vn peu plus $\frac{1}{4}$.



FORCADEL.

Le quarré de la base c'est à dire, de la ligne sur laquelle tombe

 la per-

la perpendiculaire, adiousté auecques le quarré de l'vn des autres costez, fait la somme, de laquelle qui soustraict le quarré non adiousté, il reste ce, dont la moitié: se doit partir par la base, ou bien, ce qui se doit partir par le double de la base, pour auoir la partie de la base, qui fait l'angle poinctu, auec le costé du quarré adiousté. Et parce que des plus petits nombres la multiplication en est plustost faite, & des plus petits aussi la soustraction: si on adiouste 400 auec 100, ils font 500: duquel qui en leue 256, il reste 244, qu'il faut partir par 40, il en vient $6\frac{1}{10}$: ou bien, la moitié de 244 est 122, lesquels partiz par 20, font $6\frac{1}{10}$. C'est la plus petite partie de la base, delaquelle le quarré soustraict de 100, il reste $62\frac{79}{100}$ Et à cause de la commodité du denominateur, il en faut prendre la racine en dixiesmes, transformant ledit nombre en 6279, duquel la racine est $79\frac{19}{79}$ d'vn dixiesme, c'est à sçauoir $7\frac{9}{10}$ & $\frac{19}{79}$. Et pour la multiplication de la moitié de l'vn par l'autre, il est bien plus commode de multiplier icy par la moitié de 20, c'est à sçauoir par 10, il en vient pour lesdits $79\frac{19}{79}$ d'vn dixiesme, $79\frac{19}{79}$. Et est ce contenu vn peu plus grand, qu'il ne doit estre. duquel la fraction estãt plus petite qu'vn quart, à plus forte raison sera ledit contenu 79, & vn peu moins d'vn quart.

Par vne autre maniere.

PHRISON.

Tu peux faire autrement la mesme chose sans la cognoissance de la perpendiculaire, en ceste sorte: Adiouste tous les costez, il en vient 46: desquels tu en prendras la moitié, font 23: leue en vn chacun costé, ils restent 13, 7, 3: multiplie ces trois restes ensemble: premierement 13 par 7, font 91: & iceux par 3, font 273. Et derechef multiplie ce produict par la moitié de tous les costez 23, il en sont produicts 6279: duquel la racine quarrée 79 vn peu plus $\frac{1}{4}$, monstre la quantité de l'aire. Et si tu veux regarder plus clairement ceste question icy par les nombres non sourds, alors establis les costez 15, 20, 25, tu trouueras en ceste sorte pour l'aire 150.

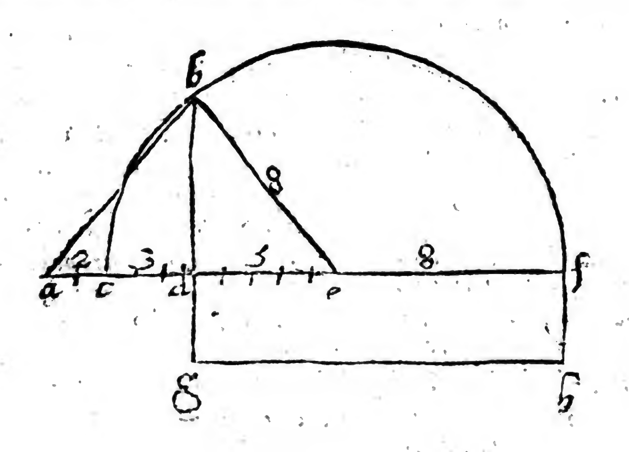
La reigle precedēte est vne mesmes auec ceste cy: Ayant cogneu les trois costez d'vn triangle, quel qu'il soit, tu les adiousteras ensemble, & de la somme tu en prendras la moitié: de laquelle tu prēdras la differēce à la blase, & noteras ces deux derniers nōbres: puis apres tu prēdras les differēces de ladite moitié à vn chacū des autres costez, desquelles le produict de la multiplication tu multiplieras par le produict des deux nōbres notez: & le dernier produict sera celuy, duquel la racine te dōnera le cōtenu du triangle. Dont s'ensuit la demonstration, & premierement du triangle, duquel les trois costez sont egaux. Le triangle a.b.c, duquel la perpendiculaire est b.d,a, pour vn chacun de ses costez 12, & ie veux sçauoir, combien il contient, par ceste reigle, sçachant bien que le cōtenu de tout triangle se trouue par le quarré de la moitié de la base & le quarré de la perpendiculaire, quand on multiplie l'vn par l'autre, & du produict on en prend la racine, par la dixseptiesme proposition du sixiesme: car par la premiere du mesmes, & par la 11e proposition du cinqiesme, tout triangle est milieu proportionel entre lesdits deux quarrez. Il faut doncques premierement trouuer le contenu des deux quarrez, ou deux cōtenuz, entre lesquels soit vn mesmes milieu, qu'est entre lesdits deux quarrez: ce serōt icy & en la suyuante le contenu du quarré de la moitié de la base, & le contenu d'vn rectangle: & en l'autre, les contenuz de deux rectangles. I'adiouste donc les trois costez ensemble, font 36: dont la moitié, est 18, c'est à sçauoir d.c.b, delaquelle si i'en leue 12 pour a.c, il me reste 6, c'est à sçauoir, a.d, duquel le rectāgle par la moitié d.c.b, est egal au quarré de la perpendiculaire d.b: car le quarré de b.c, contient quatre fois le quarré de a.d. Il contient dōcques trois fois le quarré de b.d, qui est ledit rectangle. Ou bien, si à l'entour du quarré de d.c, se descrit le gnomon egal au quarré de b.d, il sera (par la quatriesme du second, & seconde commune sentence du premier) ledit rectangle. Il reste maintenant à trouuer le quarré de la moitié de la base, en leuant b.c de b.c.d, puis apres b.a: il reste pour l'vn 6, & pour lautre, le mesmes 6: c'est à sça-

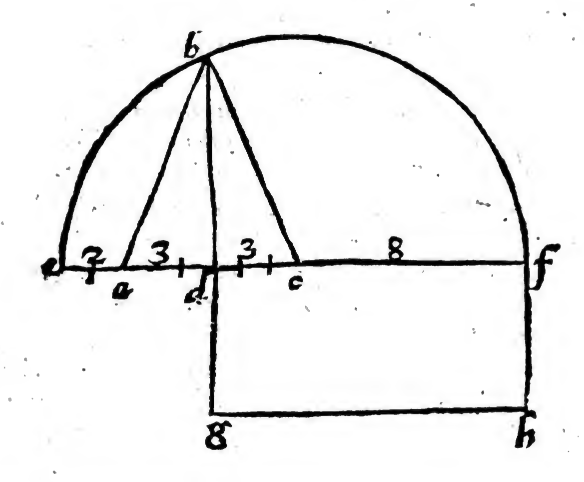
uoir, d.c, & d.a: car si de la moitié de trois quantitez adioustées ensemble on leue l'vne & puis l'autre, les deux restes sont egales à la troisiesme: & icy les deux restes sont egales entre elles, par ce que les deux soustraictes sont aussi egales: & par ainsi sont chacune la moitié de la base. Par elles doncques se fait le quarré de la moitié de la base, entre lequel & ledit rectangle, comme entre luy & le quarré de la perpendiculaire, est le contenu du triangle: mais si à l'entour du centre c, & du rayon c.b, se descrit la circonference a.b.e, on voit bien plus manifestement, que le rectangle g.e, qui se fait de d.e, par d.g, c'est à sçauoir, de d.c.b par d.a, est egal au quarré de b.d, par la huictiesme propositiō du sixiesme, & ladite dixseptiesme.

La demon-

La demonstration du triangle, duquel tant seulement les deux costez sont egaux, est semblable: toutesfois par-ce qu'elle nous descouure beaucoup des secrets des magnitudes, bien qu'on ne nous donne pas le loisir de mettre la main aux armes, si ne laisseray ie pas de l'escrire assez au long. Il faut en premier lieu sçauoir, tant pour la precedente, que pour ceste cy, que de tout triangle orthogone le rectangle du plus grand costé, auec l'vn des autres, cõme d'vne par la difference du plus grand à iceluy, est egal au quarré de l'autre costé: qui est le mesmes (mais plus manifeste) auec ce que nous venons de dire. Que si à l'entour du quarré d'vn des costez d'vn triangle orthogone, qui font l'angle droit, se descrit vn gnomon egal à l'autre, le gnomon sera egal au rectangle, qui se fait de la composée du plus grād costé auec celle à l'entour du quarré de laqulle est le gnomon par la difference. Cela se voit fort biē par la 4e & seconde, que nous auons dit: & aussi par le triāgle a, b, c, duquel la perpēdiculaire est b, d: les deux costez egaux b, c, & b, a, ayāt chacun 8:

& a,c, la base, fait 10, Que si à l'entour du centre c, & du rayon e, b, se fait la circonference e,b,f, considerant tant seulement le triangle b,d,c: il se voit, que le rectangle de d,c,b, par d,e, c'est à sçauoir g,f, est egal au quarré de b,d. Or est il ainsi, que b,c,d, est egal, ou est la moitié des trois costez du triangle a,b,c, ce'st à sçauoir 13: & d,e, est la differẽce de b,c, à d,c: c'est à sçauoir, de ladite moitié b,c,d, à la base a.c: car la difference de deux nombres inegaux est egale à la difference d'iceux adioustez ensemble, au double du moindre. Le quarré de la moitié de la base se trouue comme en la precedente: car d'vn commun qui leue deux quantitez egales, il en reste deux egales: & icy aussi, les deux moitiez, de la base. Le semblable aduient du triangle a,b,c, si la base a,c, est 6, plus petite que l'vn des costez, comme l'autre estoit plus grande: car si de d,c,b, qui fait 11, se soustrait le double, de d,c, c'est à sçauoir, a,c: il reste d,e, tousiours la differẽce de la moitié à la base. Et de ceste demonstration, peut on mettre en son endroit la cause de la briefue multiplication d'vn binome par son residu.





Venant de la à le demonstration du triangle de trois costez inegaux, soit iceluy a, b, c, ayãt pour le costé a, b, 17: pour b, c, 25: & pour la base a, c, 22: & des centres a & c, des distances a, b, & c, b, soient faites les cinconferences f, b, g, & d, b, e: puis apres les rectangles m, h, de f, h, par h, g, & k, e, de e, h, par d, h: car ils sont egaux (comme nous l'auons prouué) vn chacun au quarré de la perpendiculaire b, h: laquelle doit estre tirée apres auoir fait les deux circonferences. La raison doncques de e, h, qui fait 43 $\frac{7}{11}$, à h, f, qui fait le reste iusques au tout des trois costez, c'est à sçauoir, 20 $\frac{4}{11}$, est telle, qu'est de h, g, qui fait 13 $\frac{7}{11}$, à h, d, qui est 6 $\frac{4}{11}$, par la 14e proposition du sixiesme. Et à celle fin de ne faire nostre domonstration trop longue, la raison de la moitié de d, g, à la moitié de toutes, est comme d, h, 6 $\frac{4}{11}$, à h, f 20 $\frac{4}{11}$. Or est il ainsi, que la moitié de toutes est 32: & la moitié de d, b, est 10, en ceste sorte ou façon de faire: si de toutes f. e, 64, se soustraict la base a. c, 22: il reste f. a, V, & c. e, 25, c'est à sçauoir, a. g, 17, & d. c, 25: desquelles qui oste

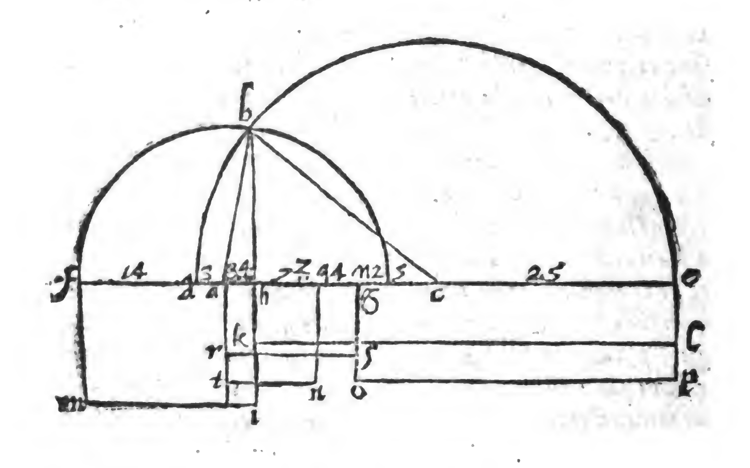
encores la base a.c,22, il reste d,g, 20, c'est à sçauoir, b.k, 6 $\frac{4}{11}$, & b.i, 13 $\frac{7}{11}$. cela veut dire que, si de toutes 64 se soustraict le double de la base 44, il reste les deux largeurs des deux rectangles egaux m.b, & k.e, c'est à sçauoir, 20. Et par ainsi par vne commune conception, si de la moitié de toutes 32, se soustraict la moitié du double de la base, c'est à dire, la base a.c, 22: il restera la moitié desdites deux largeurs, c'est à sçauoir 10. Voila doncques comme de la moitié se soustraict la base. Pour maintenant passer outre par cela que nous venons de dire, si de toutes se soustraict d.g, il reste f.d & g.e, c'est à sçauoir, le double de la base, qui ont vne mesme raison, qu'est de d.h, à h.g, par la dixneufiesme proposition du cinqiesme: & par la quinziesme & onziesme propositions du mesmes, la raison de n.c, 7, à n.a, 15, est comme d.h à h.g: car a.n, est la moitié de n.e: & n.c, de f.d: comme il soit ainsi que si de deux quantitez egales se soustrayent deux quantitez inegales, il reste alternement deux quantitez inegales ayans la mesme difference des autres. De n.e, & n.f, doncques qui en soustraict f.a, plus petite, & c.e, la plus grande, il reste a.n, 15, & n.c, 7. Dont g.e, est double à a.n: car a.n, contient ou fait la moitié de a, c, & la moitié des differences: & g.e contient ou fait autant que a.c, & les differences: d'ou vient que l'vn est le double de l'autre, & la reste du tout est double à l'autre reste. De là, la moitié de la base a.c, c'est à sçauoir, a.q, 11, à n.c, 7, est cõme 10 à $\frac{4}{11}$ &c. Nous auõs maintenãt neuf quantitez proportionnelles, c'est à sçauoir, les trois, aux trois qui sont,

6 $\frac{4}{11}$	20 $\frac{4}{11}$	7
10	32	11
13 $\frac{7}{11}$	43 $\frac{7}{11}$	15

Desquelles

Desquelles bien que la moitié de la base 11 nous soit cogneuë, nous disons, que nous en cognoißons tant seulement quatre, qui sont 32, pour la moitié de toutes: 10, pour la difference de la moitié à la base: 7, pour la difference d'icelle moitié au plus grãd costé: & 15, pour la difference de ladite moitié au plus petit costé. Cela fait, soient faits les rectangles n.p, & n.r, l'vn de la largeur n.c, & l'autre estant large de 10, c'est à sçauoir, de la moitié de d.g: dont le milieu proportionnel d'entre iceux est egal au triangle a,b.c: car d'autant que le rectangle n.r, est plus petit que le quarré de la moitié de la base q.t, d'autant le rectangle k.e, qui est le quarré de b.h, ou egal à iceluy, c'est à dire, que la raison du rectãgle n.p, au rectangle k.e, est comme du quarré q.t, au rectangle r.n. Et par ainsi le milieu proportionnel d'entre les deux sera egal au milieu d'entre les autres. Premierement, que le quarré q.t, soit plus grand que le rectangle r.n, il est tout manifeste par la cinquiesme proposition du second: & que le rectangle n.p, soit plus grãd que le rectangle k.e, il est tout certain, parce que la raison de n.o, 10, à k.h, 6 $\frac{4}{11}$, est plus grande que h.e, 43 $\frac{7}{11}$ à n.e, 32. Et cela vient en considerant les trois telles quantitez qu'on voudra en progreßion continuelle Arithmetique, dont la raison de la moyenne à la plus petite est plus grande, que de la plus grande à la moyenne. Puis il faut raisonner le reste par la treiziesme du cinquiesme. En fin, que la raison du rectangle n.p, au rectangle k.e, soit telle, qu'est du quarré q.t, au rectangle n.r, il est tout certain: car les deux premiers sont faits des raisons de n.o, à k.h, & de n.e, à h.e, & les autres sont faites des raisons de q.u, à n.c, & q.u, à n.a: qui sont proportionnelles. Mais entens le comme ie le dis: car ie le te dis comme il se doit entendre. Doncques ce, qui se fait des deux premieres, se fait des deux autres. Et par-ainsi le rectangle n.p est d'autant plus grand que le rectangle k.e, qui est le quarré de la moitié de la base du rectangle qui se fait des deux differences de la moitié au plus grand costé, puis au plus petit.

PHRI-



PHRISON.

Vn certain vaisseau spherique contient 60 septiers de quelque liqueur, son diametre a 14 palmes. Il contient faire vn corps cube, qui soit de mesme capacité que l'esphe rique: on demande la longueur du corps cube. A fin que tu puisses faire cecy, tu chercheras la capacité de l'esphere par le diametre cogneu. Exemple: Sa hauteur est de 14 palmes, multiplie icelles en soy (ainsi qu'on dit) cubemét font 2744: en apres par la reigle Geometrique trouuée par l'inuention d'Archimede, multiplie 2744 par 11, il en vient 30184, lesquels diuise par 21, tu trouueras $1437\frac{1}{3}$. car ils veulent que soit icy la capacité de l'esphere, selon le diametre cogneu, c'est à dire, l'esphere & le cube, estre en proportion de 11 à 21, s'ils sont d'vne mesmes hauteur. Si tu cherches donc la racine cube de $1437\frac{1}{3}$, tu auras le costé du corps cube, qui sera egal à l'espherique. c'est à sçauoir, 11 palmes, & presque $\frac{7}{27}$.

FOR-

Par-ce que le denominateur de la fraction est 25, qui nombre 100: cela monstre, que par tout ou il y a de vingt cinqiesmes, il y a aussi de centiesmes. Parquoy la racine de 1437 $\frac{1}{3}$, prinse en centiesmes, fait 1128 centiesmes & plus, c'est à sçauoir, plus de 11 $\frac{7}{25}$. Mais si tu prens la racine de 1437 $\frac{1}{3}$, & la fraction, comme nous auõs dit aux racines cubes, tu trouuras 11 & presque $\frac{7}{25}$, car il en vient 11 $\frac{312}{1189}$. Voila comment quand on sçait cognoistre les libertez des nombres, on sçait aussi excuser, & se sçait on tresbien deffendre. Il faut maintenant que ie demonstre la cause de la reigle, par laquelle se resoult ceste question. Archimede en la 32e proposition du premier liure de l'esphere & du cylindre, demonstre qu'vne esphere est egale à quatre cones, desquels la base est egale au plus grand cercle de l'esphere, & la hauteur à la moitié du diametre de l'esphere. Et y dit encores, que le cylindre, ayant la hauteur egale au diametre de l'esphere, & la base au plus grand cercle de l'esphere, à l'esphere est comme 3 à 2: & cela vient, par-ce que (par la dixiesme proposition du douziesme liure d'Euclide) tout cone est la tierce partie du cylindre, ayant la base du cone, est aussi la hauteur dudit cone. Il faut donc premierement entendre, que le cylindre ayant pour base le plus grãd cercle de l'esphere, & de hauteur la moitié du diametre, est le triple du cone ayant la mesme base & la hauteur du cylindre, Par-quoy le double du cylindre, c'est àsçauoir, celuy, qui a la mesme base, & la hauteur egale au diametre de l'esphere, cõtient 6 fois ledit cone: dont les 4, c'est à sçauoir, les $\frac{2}{3}$ sont le contenu de l'esphere. Ayant doncques le conteuu d'vn cylindre, dont la base & la hauteur sont egales, l'vne au plus grand cercle, & l'autre au diametre de l'esphere, les $\frac{2}{3}$ seront le cõtenu de lesphere. Si doncques le diametre de l'esphere est 7, le contenu de la colomne ou cylindre sera 269 $\frac{1}{2}$, duquel les $\frac{2}{3}$, ou duquel leuãt le tiers, il reste 179 $\frac{2}{3}$, pour le cõtenu de l'esphere. Mais voicy dequoy on s'est aduisé: le contenu du quarré du diametre de la base de la colõne à la base, est comme 14 à 11, par la seconde proposition du liure d'Archimede, dont la troisiesme est la derniere. Du cube donc dudit dia-

dit diametre, à la colomne la raison sera la mesmes, par la vingt-cinqiesme & trente deuxiesme propositions de l'onziesme liure d'Euclide: c'est à sçauoir, de 343 à 269 ½, si le diametre de la colomne est 7, & la hauteur 7. Or est il ainsi, que de ⅔ à $\frac{11}{21}$ la raison est, comme de 14 à 11: car si 14 donnent 11, les ⅔ d'vn donneront $\frac{11}{21}$. Par-ainsi donc de 343 à 269 ½ la raison est, comme de ⅔ à $\frac{11}{21}$, par la 11e proposition du cinqiesme: & par la 16e du sixiesme, & 19e du septiesme, les $\frac{11}{21}$ du cube du diametre de la sphere valent autãt que les ⅔ de la colomne que i'entens cylindre, laquelle est egale à l'esphere. Et pourquoy on multiplie le cube du diametre de l'esphere par 11, & partist on le produict par 21: & le quotient est le contenu de l'esphere, & de tout ce qui est egal à l'esphere.

PHRISON.

Et pour-ce que les resolutions de ces questions Geometriques icy, requierent vn grand sçauoir & experience, nous auons deliberé nous en taire pour le present, & les reseruer pour le liure de la practique de Geometrie. Et ferois fin maintenant, n'estoit qu'il me souuient de la promesse que i'ay faite de la reigle de faux, par quelle raison il conuient vser d'icelle aux exemples de la seconde, tierce, & quarte reigle, laquelle ils appellent de la chose: ce qu'aucun deuant nous n'a essayé. Mais à fin que tu entendes la chose briefuement, il faut premierement proposer aucuns exemples.

Il y a vne certaine place quadrangulaire, contenant en superficie 200 coudées quadrangulaires, la longueur d'icelle est la moitié plus grande que la largeur, on demãde la largeur & longueur. Par la reigle de faux, doncques, pose que la largeur soit 4 coudées, la longueur sera 6: multiplie les ensemble, il en sort 24, ils deuoient estre 200 no' sommes dõc distans du but, de 176. De-rechef pose pour la largeur 20, la lõgueur sera 30: multiplie iceux ensemble, il en vient 600, ils surmontent le scope, de 400. Iusques icy toutes choses s'accordẽt à la reigle de faux. Mais

maintenant

maintenant multiplie les hipotheſes en ſoy quarrement, c'eſt à ſçauoir, 4, & 20, font 16, & 400: ces quarrez icy te ſoient hipotheſes, & en apres fais auec les differences 176 & 400, ainſi que nous auõs enſeigné en la reigle de faux: c'eſt à ſçauoir, multiplie 16 par 400, font 6400: ſemblablement 400 par 176, font 70400: adiouſte les, ils en ſortent 76800: ſemblamẽt adiouſte les differences, ils fõt 576. Diuiſe maintenãt 76800 par 576: tu as $133\frac{1}{3}$: cherche la racine quarrée d'iceluy, icelle te monſtrera la largeur, c'eſt à ſçauoir $11\frac{27}{50}$ vn peu plus, la longueur dõcques $17\frac{31}{100}$ vn peu plus. Ces deux nõbres icy multipliez enſemble font preſque 200: & iamais la vraye longueur ou largeur ne peut eſtre exprimée du nombre.

FORCADEL.

Si le nombre, duquel il faut prẽdre la racine, n'eſt quarré: mais à celle fin qu'vn chacun puiſſe mieux entendre la cauſe que nous auons dit en la reigle de faux, il faut en premier lieu ſçauoir qu'il y a vne grande differẽce de prendre vn nombre pluſieurs fois ſimplement, & de le prendre pluſieurs par pluſieurs fois: comme ſe voit que ce n'eſt pas vne meſme choſe de multiplier 3 par 4 ſix, & de multiplier 3 ſix par 4 ſix: car l'vn fait 12 ſix, & l'autre 12 quarrez de ſix. Quand doncques on prend vn nombre pluſieurs fois & encores pluſieurs fois (ie dis ſimplement) la raiſon des produicts ſera comme la raiſon des pluſieurs fois, par la premiere propoſition du ſixieſme d'Euclide: & par la 23e du meſmes, & la 5e du huictieſme liure. Car multiplier vn nombre par deux autres, eſt multiplier deux nombres egaux par deux autres. Brief, la raiſon des produicts eſt faite des raiſons des coſtez. Et par ainſi ſi de 4 nombres proportionnels les deux premiers ſe multiplient, & les deux autres auſſi, les deux produicts aurõt la raiſon double à celle du premier au tiers, ou du ſecõd au quart. Ils aurõt dõcques la raiſon telle, qu'eſt du quarré de l'vn au quarré de l'autre. Voila pourquoy en enſuyuant les demonſtrations de la reigle de faux,

depuis

depuis qu'en cest exemple, &c. La raison de 24 à 600 n'est pas comme de 4 à 20, mais comme de 4 fois 4, c'est à sçauoir, 16, à 20 fois 20, c'est à sçauoir, 400, il faut faire de 16 & 400 : & des differences, comme nous auons dit. Et tout ainsi que par la racine de 16 & la racine de 400 on a cherché ce qu'on demandoit, aussi par la racine du combien on aura ce qu'on demandoit. Voy donc diligemment le plan a.b.c.d, que tu dis contenir 200 coudées, & le costé a.c, estre de la moitié plus grand que c.d: & prens pour c. d, maintenant 20, maintenant 4: ainsi c.a, sera maintenant 6, maintenant 30 : & le rectangle c.b, contiendra maintenant 24, & maintenant 600. Mais tu ne cherches ny l'vn ny l'autre, toutesfois l'vn & l'autre sont egaux, ou valent 200, & si tu dis que

20 — a, b — 2, 200, 10 — 8 g — e, f — 16, 400 — 4, 20 — c, 4, b, d

24 valent 200, dõt tu cherches combien valent 16 c'est à sçauoir le quarré c. f, tu trouueras 133 $\frac{1}{3}$: & par 600 200, & 400, tu trouueras aussi les mesmes 133 $\frac{1}{3}$, duquel la racine quarré fait la racine de 133 $\frac{1}{3}$, cõme dessus. Tu vois doncques qu'il est icy necessaire de premieremẽt trouuer le quarré de la largeur, que la largeur: car par iceluy tu as icelle. D'auantage il faut que tu sçaches ce que de prime face pourroit sembler estrãge, qu'en prenant pour c. d, maintenant 20, maintenant 4, il te faut considerer le quarré d.e, diuisé ores en 20 pieces, ores en 4, & pour vne chacune prendre le rectangle b.f: puis si tu dis, quand 24 valent 200, combien 4? & quand 600 valent 200, combien 20? tu trouueras pour l'vn 33 $\frac{1}{3}$, & pour l'autre 6 $\frac{2}{3}$: puis en multipliant l'vn par 4, & l'autre par 20, il en vient, par l'vn & par l'autre, 133 $\frac{1}{3}$, dont la racine est plus de 11 $\frac{27}{50}$.

LA

LA REIGLE DE FAVX
d'vne position.

PHRISON.

CEs exemples icy, & plusieurs autres se feront plus cōmodement & plus facilement par vne position. Car quand tu auras fait auec l'hipothese donné iusques à la fin de la question selon la teneur de l'exemple, si tu n'as point attaint le vray but, alors diuise le nombre proposé, lequel est proposé comme vne reigle, par le dernier nombre de ton operation: & cherche la racine du produict, si l'exemple est de la seconde reigle de la chose: ou la cube, s'il est de la tierce: ou suyuamment la racine de racine, s'il est de la quarte: & multiplie par la racine, le premier nombre, que tu as posé: il en prouient le nombre qu'on cherche.

FORCADEL.

Cela veut dire que, quand plusieurs lignes valent quelque chose, il faut diuiser la chose, c'est à sçauoir, le nombre cogneu par le nōbre des lignes, & il en vient la valeur d'vne ligne, & par-ainsi la valeur de plusieurs: si plusieurs quarrez valent quelque nombre cogneu, diuise iceluy par le nombre des quarrez, & il en viendra la valeur d'vn quarré, & par-ainsi (en prenant la racine) la valeur d'vne ligne, dōc la valeur de plusieurs lignes: si plusieurs cubes ou 1, ou moins d'vn, &c. valent quelque chose, diuise la par le nōbre des cubes, & il en viendra la valeur d'vn cube, & de la racine, ou de la ligne par iceluy, & par icelle de plusieurs, &c.

PHRISON.

Repetons ce, qui a esté premieremēt proposé. Soit dōc la largeur 10, la longueur sera 15: lesquels multiplie ensemble, il en vient 150: mais il deuoit estre 200. Diuise donc 200 par 150, il en viēt 1 $\frac{1}{3}$, duquel si tu multiplies la racine par 10, il en vient 11 $\frac{13}{25}$ presque, lesquels different peu du superieur.

FORCADEL.

C'est à sçauoir, de 11 $\frac{27}{50}$. Considere, pour la ligne a, c d udit rectangle, 15: & pour c, d, 10: en multipliant 15 par 10, le contenu du rectangle sera 150 petits quarrez, lesquels en valēt 200: & parainsi l'vn en vaudra 1 $\frac{1}{3}$, & sa ligne, ou son costé, c'est à dire, la dixiesme partie de c, d, vaudra la racine de 1 $\frac{1}{3}$: & tout c, d, dix fois autāt, c'est à sçauoir, la racine de 100 fois 1 $\frac{1}{3}$, qui sont 133 $\frac{1}{3}$, laquelle prise en vingt-troisiesmes, par-ce que le denominateur de la fraction est 23, il en vient plus de 11 $\frac{12}{23}$.

PHRISON.

Ceste reigle icy est formée de la reigle de proportions, ou de trois nōbres. Parquoy tu pourras aussi operer par autre maniere. Car tu diras, si 150 sont prouenuz de la longueur de 10, d'ou viendront 200? mais en ceste proposition icy, il est necessaire de multiplier en soy l'hipothese, c'est à sçauoir, 10, à fin que le nombre superficiel soit fait, c'est à dire, le produict de la multiplication des deux, tels que sont les autres nombres posez en la reigle. Car il y a tant seulement proportion entre les quantitez de mesme genre. Parquoy multiplie 200 par 100, ils font 20000. lesquels diuise par 150, ils produisent 133 $\frac{1}{3}$. Cherche la racine d'iceluy, en telle sorte tu auras enuiron $\frac{12}{23}$, pour la longueur. Et perseuere par semblable maniere aux autres.

FORCADEL.

On peut aussi dire, si de 150 petits quarrez i'en cognois 10, cōbien en cognoistrai-ie de 200? car par le nombre de 10, il m'est donné vn quarré, qui contient 10 rectangles, desquels vn chacun contient 10 petits quarrez: ainsi il en vient 13 $\frac{1}{3}$, lesquels multipliez par 10 font 133 $\frac{1}{3}$. Tout cela veut dire, que, si de 150 i'en cognois 10 dix fois, c'est à sçauoir 100, de 200 i'en cognoistray 133 $\frac{1}{3}$, &c.

PHRI-

PHRISON.

Il y a trois nombres en double proportion: si les quarrez d'iceux sont ioincts, ils font 189. Fains q̃ le premier soit 2, le secōd sera 4, & le troisiesme 8: leurs quarrez sont 4, 16, 64, lesquels ensemble rendēt 84: mais ils deuoient estre 189. Diuise dōc 189 par 84, ils prouiennent $\frac{9}{4}$, duquel la racine est $\frac{3}{2}$: lesquels multiplie par le premier, c'est à sçauoir 2, il en viēt $\frac{6}{2}$, ou 3, lequel sera le premier nōbre: le secōd, 6, le troisiesme, 12: les quarrez, 9, 36, 144, lesquels ensemble font 189, ainsi que la question le vouloit.

FORCADEL.

Vn chacun m'acordera facilement & à plus forte raison, que la raison estant icy proposee de plusieurs fois, il est bien plus conuenable de prendre pour lesdits nōbres 1, 2, 4, dont les quarrez sont 1, 4, 16, qui ensemble font 21, qui en valent 189: & par ainsi vn en vaudra 9, dont la racine, c'est à sçauoir, 3, est le premier nombre, 6, le second: & 12, le troisiesme. Et noteras en ceste question, &c. que le combien de 189 par 84, est mieux prononcé par $\frac{9}{4}$, que par 2 $\frac{1}{4}$, preuoyant la reduction pour l'extractiō, qui se doit faire.

PHRISON.

I'ay achetté 60 aulnes de drap pour quelques escus: i'ay autant d'aulnes pour 15 escus, cōme ils sont en nōbre. Ie veux sçauoir la somme des escus. Mets 20. dy maintenant, 20 escus donnent 60 aulnes, cōbien 15 escus? fait 45 aulnes, & ils deuoient estre tant seulement 20 aulnes, c'est à sçauoir, autāt qu'il y a d'escus. Diuise donc 45, par ce qu'il est icy comme, scope, proposé, par 20, c'est à sçauoir, l'hipothese, il en prouient $\frac{9}{4}$, desquels la racine vaut $\frac{3}{2}$: lesquels multiplie par 20, il en vient 30.

FORCADEL.

Si pour 20 autant d'escus il a 60 aulnes, pour 15 escus il aura 45 diuisez par 1, autāt d'aulnes, qui valēt autāt q̃ 20 autāt d'aulnes, & par ainsi l'vn & l'autre multipliez par 1 autāt, font, par

noſtre quinzieſme propoſition du cinqieſme, 20 quarrez d'autãt qu'ils valent 45. Donc vn quarré vaut $\frac{9}{4}$, & vn autant $\frac{3}{2}$: puis apres 20 autant valent 20 fois $1\frac{1}{2}$, c'eſt à ſçauoir, 30. Tu vois donc, que le nombre propoſé n'eſt pas touſiours partiteur, mais maintenant il eſt, & maintenant non.

PHRISON.

Ou bien mets pour le pris du drap 20 eſcus. En apres dis, 60 aulnes couſtent 20 eſcus, combien 20? Ils produiſent par la reigle $\frac{20}{3}$. Or dis maintenant $\frac{20}{3}$ viennẽt de 20, de combien viendront 15? Multiplie l'hipotheſe en ſoy, font 400: multiplie les par 15, & diuiſe le produict par $\frac{20}{3}$, il en vient 900, deſquels la racine eſt 30, qui eſt le nombre demandé.

FORCADEL.

Sy 60 aulnes couſtent 20 autant d'eſcus, 20 autant d'aulnes couſteront $6\frac{2}{3}$ quarrez d'autãt & ſi $6\frac{2}{3}$ quarrez d'autãt donnẽt, ou viennent de 20 autant, ils me donnent 20 quarrez d'autant: & pour tout le quarré, 400 quarrez d'autant. Et par ainſi, 15 me donneront 900: & ce, qu'on demande, ſera 30.

PHRISON.

Il y a vn quarré propoſé, qui cõtient 154 pieds. Ie veux (ſelõ la reigle d'Archimede) deſcrire vn cercle egal à iceluy. Ie demande de cõbien doit eſtre le diametre: fains 7 pieds. Dõc (ſelon l'inuẽtion d'Archimede) la circonferẽce a 22, & l'aire $38\frac{1}{2}$. mais ils deuoient eſtre 154. Diuiſe dõc 154 par $38\frac{1}{2}$, il en viẽt 4, deſquels la racine vaut 2: leſquels multiplie par 7, ils produiſent 14: & tãt ſera le diametre.

FORCADEL.

Archimede, au liure de trois propoſitions, demonſtre en la derniere, que la raiſon de la circonference du cercle à ſon diametre, eſt à peu pres $3\frac{1}{7}$, ou $3\frac{10}{71}$, c'eſt à dire que, ſi le diametre eſt 7, la circonference pourra eſtre 22: & ſ'il eſt 71, elle pourra eſtre 223. Mais à cauſe des plus petits nõbres & de la grande fatigue, on a choiſy celle de 22 à 7. Il a premieremẽt dit en la premiere, que le cercle

cercle est egal, comme au rectangle qui se fait de la moitié de l'vn par la moitie de l'autre: ce cercle dõc, qui a 7 de diametre, ayant 22 de circonference, contient 11 fois 3 ½ quarrez, c'est à sçauoir, 38 ½ quarrez, qui valent 154. Vn quarré doncques vaut 4 & 1 autant 2, puis 7, autant 14.

PHRISON.

Quelques marchans ayans cõmencé vne compagnie, apportent chacun dix fois autant d'escus qu'ils sont de marchans: ils gagnẽt pour chacune centeine d'escus deux fois autant d'escus cõme ils sont de marchans: la moitié du gain monstre combien chacun a porté. La questiõ est du nombre des marchans, & des escus. Or posons qu'ils fussent 5 marchãs: ils apportent chacun 50 escus: la somme produict 250 escus. Ils gagnent pour 100, 10 escus: cõbien pour 250? fait 25. la moitié d'iceluy 12 ½, deuoit mõstrer cõbien vn chacun auoit apporté, c'est à sçauoir, 50. Diuise dõc 50 par 12 ½, il en vient 4: desquels la racine quarrée 2, multipliée par 5, fait 10 marchans.

FORCADEL.

S'ils sont 5 autant de marchans, ils mettent chacun 50 autãt d'escus, & tous ensemble 250 quarrez d'autant: & si 100 gagnent 10 autant, combien 250 quarrez d'autant? ils gagnent 25 cubes, qui valent le double de 50 autant, c'est à sçauoir, 100 autant. Et par ainsi 1 quarré d'autant, vaudra 4: car 25 quarrez valent 100: sa racine, 2, c'est à sçauoir, l'autãt: & les 5, valẽt 10.

PHRISON.

On a despendu en vn escot 75 deniers: vn chacun des inuitez à payé la tierce partie de celuy nõbre qui exprime les inuitez: cõbien estoyẽt ils d'inuitez? &c. Fains 12: vn chacũ donc a payé 4 deniers, c'est à sçauoir, ⅓ de 12: lesquels multiplie par 12, il en vient 48: mais ils deuoient payer 75. Diuise donc 75 par 48, il en vient $\frac{25}{16}$, duquel la racine est $\frac{5}{4}$: laquelle multipliée par 12, il en vient 15 inuitez.

FORCADEL.

75, diuisez par 48, sont autant que 25 diuisez par 16, &c: 12 autant, multipliez par 4 autant, font 48 quarrez, qui valēt 75. Vn quarré donc vaut $\frac{25}{16}$, & l'autant $1\frac{1}{4}$: lequel 12 fois, fait 15.

PHRISON.

Il y a vn nombre incogneu de marchans, lesquels ayans commencé vne compagnie, vn chacun d'eux met dix fois autant d'escus, comme ils sont de marchans en nombre. Ils gagnent, pour chacun cent, autant d'escus, cōme il y a d'hommes en iceluy nombre. De rechef ils traffiquent auec le seul gain, & gagnēt, pour chacun cent, ainsi que parauant: & il est trouué le sort mesme valoir vingt-cinq fois autant, comme le gain du gain. Cōbien estoiēt ils de traffiqueurs? &c. Fains 10: vn chacun doncques cōtribue 100, la somme fait 1000. Ils gagnent pour 100, 10 escus: doncques pour 1000, ils gagnent 100. Et de rechef ils traffiquēt auec ce gain, & gagnēt 10: qui deuoient estre la vingt-cinqiesme partie du sort, c'est à sçauoir, 1000: mais la vingt-cinqiesme partie est 40: diuise dōc 40 par 10, font 4, desquels la racine quarrée 2, estāt multipliée par 10, fait 20 marchans. Vn chacun apporte 200 escus: la somme, 4000: ils gagnēt, pour 100, 20: ils gagnēt donc, pour 4000, 800. Ils trafficquēt de rechef auec ce gain, & gagnent 160: lesquels estans multipliez par 25, ils font le sort prescrit, 4000.

FORCADEL.

La vingt-cinqiesme partie de 1000 autant, est 40 autant. Puis apres, si 100 gagnent 10 autant: 1000 autant, gagnent 100 quarrez. Et de rechef, 100 quarrez gagnent 10 cubes, qui valent 40 autant: dōcques 1 quarré vaut 4, & vn autāt fait 2: les 10 valent 20, ou bien 25 fois 10 cubes: c'est à sçauoir, 250 cubes valēt 1000 autant, 25 cubes, 100 autant: 25 quarrez, 100: 1 quarré, 4: & dix autant, 10 fois la racine de 4, c'est à sçauoir, 20.

DE

DE LA TIERCE REIGLE DE LA *Chose, ou de l'Algebre.*

PHRISON.

EN la tierce reigle d'Algebre, au lieu que tu as premierement multiplié quarrémẽt, icy multiplie cubemẽt, c'est à dire, deux fois en soy. Par semblable raison, ainsi cõme en la reigle precedẽte tu as cherché la racine quarrée, il faut icy chercher la racine cube: les autres choses ne chãgent point, ou soit que tu faces ce qu'il faut faire par vne position, ou soit par deux.

Il faut faire vne muraille quarrée, qui contiennẽt 432 pierres de figure cube. Mais ie veux que la longueur soit egale a la largeur, mais la hauteur $\frac{1}{4}$ de la longueur. Ie demande quelle est la longueur, la largeur, & la hauteur: fains la longueur 4, & la largeur semblablement 4, la hauteur sera 1. Multiplie donc la longueur par la largeur, 4, par 4, il en sort 16: lesquels multiplie par la hauteur, c'est à sçauoir 1, demeurent 16: mais ils deuoiẽt estre 432. Diuise donc 432 par 16, il en viẽt 27, desquels la racine cube 3, estant multipliée par 4, fait 12. Autant sera la lõgueur, & la largeur: la hauteur, 3.

FORCADEL.

4 autant multiplié par 4 autant, fait 16 quarrez d'autant: lesquels multipliez par 1 autant, font 16 cubes d'autant, qui sont egaux, ou valent 432. Et par ainsi, 1 cube d'autant vaudra 27, & vn autant 3, & les 4 autant valent 12. 3 doncques est la hauteur, & 12 vne chacune des autres.

PHRISON.

I'ay proposé de faire vne muraille, de laq̃lle la lõgueur soit plus grande de la moitié, q̃ la largeur ou espesseur, & la hauteur plus grande de la moitié, q̃ la longueur & contiẽdra en somme 5832 pierres cubes, c'est à dire, hexaedres ou de six superficies egales, & costez egaux, on cherche la lõgueur, la largeur, & la hauteur. Fains la moindre,

c'est à sçauoir, l'espesseur, 2: la lõgueur, 3: la hauteur, 4 $\frac{1}{2}$: multiplie les ensemble, c'est à sçauoir, 2 par 3, font 6: iceux par 4 $\frac{1}{2}$, il en vient 27: mais ils deuoient estre 5832. Diuise les donc par 27, il en viẽt 216: la racine cube d'iceux, 6, estant multipliée par le premier hipothese, c'est à sçauoir, 2, fait 12: & iceux, seront l'espesseur: la longueur, 18.

FORCADEL.

Brief, 27 cubes d'autant valent 5832, & vn cube en vaut 216: doncques vn autant vaut 6: 2 autant, 12: 3 autant, 18: 4 $\frac{1}{2}$ autãt, valent 27, pour la hauteur.

PHRISON.

Quelcun a achetté d'vne somme d'argent incertaine autant de liures de poiure pour vn escu, cõme est la moitié de tous les escus: & en apres en vendant le poiure, il prẽd pour 25 liures, autant d'escus, comme il en a despendu au commencement: & à la fin il a eu taut seulement 20 escus. On demande la quantité de l'argent, & du poiure. Fains qu'il auoit 50 escus: il a dõc achetté, pour vn escu, 25 liures de poiure: si pour vn, 25, cõbien pour 50? fait 1250 liures de poiure. Il vend 25 liures, pour 50 escus: doncques 1250 liures, pour 2500: mais il deuoit auoir tant seulemẽt 20 escus. Diuise dõc 20 par 2500, ils produisent $\frac{20}{2500}$ ou $\frac{2}{250}$, ou finalemẽt $\frac{1}{125}$, La racine cube d'iceluy vaut $\frac{1}{5}$: laquelle multipliée par 50, il en vient 10 escus, que le marchand auoit au commencement.

FORCADEL.

Si pour vn escu, il a 25 autant de liures: pour 50 autãt d'escus, il en aura 1250 quarrez d'autant: & si 25 liures se vendent 50 autant, 1250 quarrez de liures se vendront 2500 cubes d'autãt, qui valent 20 escus: & par ainsi vn cube d'autant vaut $\frac{1}{125}$: dõcques l'autant $\frac{1}{5}$, & les 50 autant, valent 10.

PHRI-

PHRISON.

Affin que tu puiſſes noter quels ſont les exẽples de la premiere reigle de l'Algebre, quels de la ſecõde, & quels de la tierce, & des autres, c'eſt à dire, auſquels il conuient chercher la racine quarrée, auſquels la cube, & ainſi des autres: note diligemment la continuation de l'operatiõ: car ſi l'hipotheſe ou poſition n'eſt point multipliée par vn autre nombre, alors l'exemple tombe ſous la premiere reigle, & n'eſt point de beſoin d'extractiõ de racine. Mais ſi elle eſt multipliée vne fois par vn autre trouué par la cõtinuation de l'operation, alors tu es tombé ſur la ſeconde reigle de l'Algebre, & ſera beſoing de trouuer la racine quarrée. Que ſi ainſi eſt que la poſitiõ ſoit multipliée par vn autre trouué par l'operation, & de rechef le produict, ou partie d'iceluy par vn autre: alors il eſt beſoing de la racine cube. Semblablement tu iugeras des autres reigles ou racines, ſelon la repetition de la multiplication.

FORCADEL.

Si l'autant vaut quelques vnitez ſimples, alors on a la racine: ſi le quarré d'autant, on a le quarré de la racine: & ſi le cube, on a le cube: & ainſi des autres. Il ne faut pas donc quelque fois extraire de racine, & quelque fois il la faut prendre, maintenant quarrée, maintenant cube, &c.

DE LA QVARTE REIGLE *de la choſe.*

PHRISON.

ET icy eſt vne meſme façon de faire qu'eſt aux precedentes, ayant tant ſeulement changé le nom de cube en quarré, & de racine cube en racine de racine. Et nous appellons quarré de quarré, le nombre, qui eſt produict de quelque quarré multiplié par ſoy meſmes: comme 9 eſtant quarré de 3, 81 ſeront quarré de quarré: & par ceſte raiſon, 3 racine de racine de 81: car la racine de 81, vaut 9: & encores la racine de 9, eſt 3.

Ils ſont deux, qui propoſent traffiquer enſemble: mais le premier a le quatruple d'argent plus que l'autre : & celuy meſme a acheté autāt de liures de poiure pour vn eſcu qu'il a en ſomme d'eſcus. En apres de recheſ vendant le poiure, il prend pour 16 liures de poiure, autant d'eſcus, que vaut la centieſme partie des liures de poiure. L'autre achete du ſaffran, autant de liures pour vn eſcu, comme il a d'eſcus. Vendant le ſaffran, il prend pour vne liure de ſaffran la moitié plus que le premier n'a pris pour 16 liures de poiure: & en la fin comptās leur argent, ils ont trouué 250. On demande la ſomme de l'vn & de l'autre. Fains que le premier euſt 80, l'autre donc 20. Encores le premier a acheté pour vn eſcu 80 liures : donques pour 80 eſcus 6400 liures. Maintenant vendant le poiure, il prēd pour 16 litres 64 eſcus, c'eſt à ſçauoir, la centieſme partie de 6400. Dis maintenant, 16 valēt 64, combien 6400? il fait 25600. L'autre a acheté du ſaffran, pour vn eſcu, 20 liures: doncques pour 20 eſcus, 400 liures. Il vend vne liure la moitié plus que l'autre n'a vendu les 16 liures de poiure, c'eſt à ſcauoir, pour 96. Dy maintenant, 1 liure pour 96 eſcus, combien 400? il fait 38400. Adiouſte ceſte ſomme icy auec la premiere, c'eſt à ſçauoir. 25600, il fait 64000: mais ils deuoient eſtre tant ſeulement 250. Diuiſe donc 250 par 64000, il ſont $\frac{25}{6400}$, qui valent $\frac{1}{256}$: duquel la racine de racine eſt $\frac{1}{4}$: car la premiere racine de 256, eſt 16, duquel en apres la racine vaut 4, & de l'vnité la racine eſt touſiours 1. Et que ainſi ſoit qu'en ceſte queſtion icy il ſoit beſoin d'extraction de racine quarrée de quarrée, on le peut colliger en la continuation de l'operation, ainſi que nous auons admonneſté de la repetition de l'operation. Comme, quand tu dis, il a acheté pour 1 eſcu 80 liures: doncques pour 80 eſcus, 6400 : tu as icy parfaict vne multiplicatiō. Et quand tu dis, 16 valēt 64, combien 6400? il fait 25600. Tu fais ici vne multiplication

tion

tion triple, pour autant que deux nombres proposez en la reigle, l'vn & l'autre soiët multipliez vne fois. Car 6400 sont procreez de la multiplication de 80 par 80. Encores 64 estoyent la centiesme partie de 6400, car la partie & le tout sont icy estimez d'vne mesmes nature : tout ainsi que chacune partie de ligne est ligne, & la partie de superficie est superficie. Et i'ay voulu admonnester cecy, car il y a vne difficulté non pas petite. Multiplie donc 80 par $\frac{1}{4}$, il en vient 20 escus, pour le premier: 5, pour l'autre: le premier a acheté pour 1 escu 20 liures, doncques pour 20 escus 400 liures. Il prend, pour 16 liures de poiure 4, c'est à sçauoir, la centiesme partie de 400: dõcques pous 400 liures, 100 escus. L'autre acheté pour vn escu 5 liures de saffran: doncques pour 5 escus, 25 liures. Il vend vne liure pour 6 escus : il s'ensuit donc, qu'il a vendu 25 pour 150. Maintenant 150 auec 100 escus, font 250 escus, ainsi que la question l'a demandé.

FORCADEL.

Le premier à 80 autant d'escus, & le second 20 autãt. Si pour 1 escu on a 80 autant de liures, pour 80 autant d'escus, on aura 6400 quarrez d'autant de liures, dont la centiesme partie sont 64 quarrez d'autant. Et si 16 liures se vendent 64 quarrez d'autant, car ils seront quarrez changez toutesfois en quarrez d'escus (par-ce q̃ si autremẽt estoit, il y auroit raison entre vn cheual & beuf) cõbiẽ 6400 quarrez de liures? ils sont 25600 quarrez de quarrez d'escus. Et si pour 1 escu on a 20 autant de liures de saffran pour 20 autant d'escus, on aura 400 quarrez d'autãt de liures. Puis si 1 liure se vend 96 quarrez, combien 400 quarrez? ils font 38400 quarrez de quarrez : lesquels adioustez aux autres, font 64000 quarrez de quarrez, qui valent 250: 6400, à 25: 4 fois 64, c'est à sçauoir, 256, quarrez de quarrez à 1. Vn quarré de quarré dõc vaut $\frac{1}{256}$: le quarré $\frac{1}{16}$: & l'autant, $\frac{1}{4}$: puis pour les 80 autant, 20 escus: & pour les 20, 5 escus.

PHRI-

PHRISON.

Il m'a ſemblé fort commode d'adiouſter ces choſes icy, à fin que ie declaraſſe quelque peu l'vſage des racines: leſquelles pluſieurs fuyent & euitent totalement, cõme les rochers des Cyclopes, ſ'ils n'y ſont attirez par tels & ſemblables allichemens. Ie ſçay certainement, & le confeſſe, ces choſes lá n'eſtre rien à la perfection de celle diuine reigle d'Algebre: comme ainſi ſoit qu'il y a pluſieurs ſemblables theoremes, voire de la ſeconde & premiere reigle, leſquels ne peuuent eſtre reſouls, ſans la parfaite cognoiſſance de l'Algebre: à fin que ce pendant ie delaiſſe tous les exemples de la quinte, ſexte, ſeptieſme, & des autres reigles leſquels Chriſtophle Ianuer a fort bien mis par ordre, & Hierome Cardan a amplifiez de treſprofondes inuentions. Mais ces choſes icy ſoyent comme preambules, commencemens & entrées à celles, qui ſont plus haultes, leſquelles quelque fois (Dieu aydant) nous mettrons en lumiere par vn plus facile ordre & methode (ainſi que nous eſperons) qu'on ayt point veu encores traicter iuſques à preſent.

FORCADEL.

Entre les autres exemples, qui ne ſe peuuent pas faire commodement par ces reigles icy, ſont ceux, qui neceſſairement demandent la poſition de pluſieurs quantitez: dont la premiere, ſe nõme racine: & vne chacune des autres, quantité.

La

La quatriesme partie.

DE PROPORTION.

PHRISON.



LES Mathematiciens appellent proportiõ, la comparaison ou raison de diuerses quantitez ensemble. Euclide l'appelle raison.

FORCADEL.

Quand la comparaison des quantitez de mesme genre se considere simplement, elle se nomme raison: autrement, elle se nomme proportion: & de là vient, qu'on la peut nommer proportion, ou raison.

PHRISON.

Et est premierement diuisée en trois genres: c'est à sçauoir, en Musique, qui traicte la symmetrie des accords ou tons ensemble.

FORCADEL.

Elle considere la raison des extremes à la raison des differences directe: comme si on disoit 3, 4, 6, estre proportionnels Arithmetiquement, par-ce que la raison de 3 à 6, est comme des differences 1 à 2, &c.

PHRISON.

En Arithmetique, lequelle mesure la proportion, selon la qualité de l'excés: comme si quelqu'vn dit, 12 à 8, auoir telle raison comme 16 à 12, pour autant que l'excés de l'vne & de l'autre est egal. Finalement en Geometrique, laquelle nous traictons maintenant: & icelle est vne certaine habitude de deux quantitez d'vn mesme genre l'vne à l'autre. Elle se diuise en double proportion, c'est à sçauoir, d'egalité, & d'inegalité. La proportiõ d'egalité est, quand deux quantitez egales sont comparées l'vne à l'autre, comme 6 à 6, 100 à 100. De celle icy, il n'est plus be-

soi

ſoin d'en parler d'auantage. Et la proportion d'inegalité eſt, quand deux quantitez inegales, toutesfois d'vn meſme genre, ſont conferées l'vne à l'autre: & eſt diuiſée en proportion de plus grande inegalité, & de moindre: leſquelles certainement ne different point de raiſon autrement, ſi-non qu'en icelle le plus grand eſt conferé au moindre: comme 6 à 1, à proportion ſextuple: & au contraire 1 à 6, a proportion ſous-ſextuple: & ceſte cy eſt de moindre inegalité. Mais par-ce que ces deux cy ne different, ſi-non par ceſte diction, ſous, laquelle ils adiouſtent touſiours à la moindre: tout ce qui eſt dit de l'vne, doit pareillement eſtre entendu de l'autre.

La proportion doncques de plus grande inegalité & de moindre, ſe diuiſe en cinq principales eſpeces: c'eſt à ſçauoir, Multiplex, Superparticuliere, Superpartiente, Multiplex ſuperparticuliere, & Multiplex ſuperpartiéte.

FORCADEL.

De ces cinq eſpeces, ainſi que ie l'ay eſcrit au premier liure de mon Arithmetique, en enſuyuant la nature de l'egalité & inegalité, la ſeconde doit eſtre premiere, & la premiere la troiſieſme: car de l'entier vient la partie, les parties, pluſieurs entiers, pluſieurs, & la partie, puis apres les parties.

PHRISON.

La Multiplex eſt, quand le plus grand contient le plus petit quelques fois parfaitemēt, & ce, d'auantage qu'vne fois: comme 10 à 5, encores 8 à 2. Quand donc le plus grand cōtient deux fois le plus petit exactemét, alors eſt appellée proportion double: ſi trois fois, triple: ſi quatre, quatruple: & ainſi des autres par ordre.

FORCADEL.

Quand on te demandera le nom de la raiſon d'vne petite quantité à vne plus grande, cherche premierement le nom de la plus grande à la plus petit, & conclus par ſous-multiplex, &c, ſous-double, &c.

PHRI-

PHRISON.

La proportion ſuperparticuliere eſt, quand la plus grande quantité contient la moindre vne fois, & vne particule ſeulement de la moindre, comme 3 à 2, a proportion ſeſquialtere: 4 à 3, proportion ſeſquitierce: 11 à 10, proportion ſeſquidixieſme: car les noms leur ſont ainſi impoſez à toutes. Mais il faut en ce lieu noter, que ces nombres icy doiuent eſtre reduicts à la plus petite habitude: laquelle choſe ſe fera facilement, en diuiſant la plus grãde quantité par la moindre, & reduiſant la fraction reſtante aux plus petits nombres, par leſquels elle ſe peut eſcrire, par les reigles baillées aux minutes. Comme, ſ'il plait expliquer la proportion, qui eſt entre 15 & 12, diuiſe 15 par 12, il en vient 1 $\frac{1}{4}$: c'eſt donc proportion ſeſquiquarte. Encores 16 à 14, a proportion 1 $\frac{1}{7}$, c'eſt à dire, ſeſquiſeptieſme: & ainſi faut il iuger des autres, car le cõmencemẽt du nom eſt touſiours ceſte dictiõ, *ſeſqui:* puis apres eſt parfaite du denominateur de la fraction prouenant de la diuiſion.

FORCADEL.

La raiſon de 15 à 12 eſt, comme de 5 à 4: de 16 à 14, comme de 8 à 7. Et par-ainſi celle eſt d'autant & quart, & ceſte d'autant & ſeptieſme. Le commencement du nom eſt, d'autant, ou, ſous-d'autant, &c.

PHRISON.

La ſuperpartiẽte eſt, quand la plus grande quantité cõprend vne fois la moindre, & d'auãtage aucunes particules de la moindre: comme, 5 à 3, eſt proportion ſuperbipartiente tierces: car 5 contient 3, vne fois, & dauantage deux tierces. Le nom doncques de ceſte proportiõ, prẽd ſon commencemẽt, à *ſuper:* le moyen eſt du numerateur de la fraction prouenant de la diuiſiõ, & ſe parfait du denominateur de la meſmes fraction. Comme, ſi tu veux expliquer la proportion, qui eſt entre 7 & 4, diuiſe 7 par 4, il en

4, il en vient 1 $\frac{3}{4}$: elle eſt donc appellée proportion ſupertripartiens quartes. Encores 34 à 20, c'eſt proportion ſuperſeptupartiens-dixieſmes: ou ſuperpartiens ſept dixieſmes: laquelle eſt ainſi eſcrite, 1 $\frac{7}{10}$. Et faut par ſemblable voye proceder aux autres.

FORCADEL.

La raiſon de 34 à 20, eſt comme de 17 à 10, dont elle eſt nommée d'autant ſept-dixieſmes. Le commencemẽt du nom eſt auſſi d'autant, ou ſous-d'autant, le milieu du numerateur de la fraction, &c.

PHRISON.

La proportion Multiplex ſuperparticuliere eſt, quãd le plus grand contient le moindre quelques fois, & ce, plus d'vne fois, & en outre vne particule du moindre. Et tout ainſi cõme ceſte proportion eſt compoſée des deux premieres deuant dites, auſsi icy le nom de la raiſon eſt d'icelles, diuiſant le plus grand par le moindre: cõme ſi tu veux expliquer la proportion, qui eſt entre 15 & 7, diuiſe 15 par 7, font 2 $\frac{1}{7}$: c'eſt doncques la proportion double ſeſquiſeptieſme. Encores 18 par 4, la proportiõ eſt 4 $\frac{1}{2}$, c'eſt à dire, quatruple ſeſquialtre. Et ainſi ſemblablement en apres il n'eſt point difficile de trouuer le nom aux autres.

FORCADEL.

La raiſon de 18 à 4, eſt comme de 9 à 2: & par ainſi elle eſt de la ſeconde des pluſieurs fois, & quatrefois & demy d'autant, ou d'autant quatrefois & demy.

PHRISON.

La Multiplex ſuperpartiente eſt, quand le plus grand contient le plus petit plus qu'vne fois, & en outre quelques particules du moindre. Et icy ſon nom eſt pris des deux extremes des trois premieres proportions: comme la proportiõ de 11 à 4, eſt cogneuë, ſi tu diuiſes 11 par 4, il en viẽt 2 $\frac{3}{4}$, c'eſt à dire, double ſupertripartient-quartes. Encores 19 à 5, eſt de telle raiſon, que 3 $\frac{4}{5}$, c'eſt à dire, triple

ple ſuperquadripartiente-quintes, ou ſuperpartiente quatre quintes. Et la raiſon meſmes eſt aux autres.

FORCADEL.

La raiſon de 11 à 4, eſt de deux fois trois quarts d'autant, ou d'autant deux fois trois quarts, toutesfois de la tierce de pluſieurs fois, &c.

DE LA PROPORTION DES *Fractions, ou Minutes.*

PHRISON.

TOut ainſi que les proportions des entiers ſont cherchées, en diuiſant le plus grand par le moindre: par telle maniere les habitudes des fractiõs ou minutes ſont cherchées par la diuiſion, celle meſme qui à eſté dite aux fractions. Ainſi comme $\frac{2}{3}$ à $\frac{5}{6}$, a la proportion ſous-ſeſquiquarte, par-ce que $\frac{5}{6}$ diuiſez par $\frac{2}{3}$, font $1\frac{3}{12}$, ou $1\frac{1}{4}$. Semblablement 3 à $\frac{2}{3}$, à raiſon quatruple ſeſquialtere: car 3 eſtant diuiſé par $\frac{2}{3}$, font $4\frac{1}{2}$.

FORCADEL.

La raiſon de $\frac{2}{3}$ à $\frac{5}{6}$, eſt comme de 4 à 5: de $\frac{5}{6}$ doncques à $\frac{2}{3}$, la raiſon ſeroit ſeſquiquarte, & par ainſi elle eſt ſous-ſeſquiquarte: & de 3 à $\frac{2}{3}$, comme de 9 à 2, c'eſt à ſçauoir, d'autant quatre fois & demy: car elle eſt de la pluſieurs fois vne partie du plus petit, &c.

PAR QVELLE RAISON VNE CHAcune proportion eſt eſtendue continuellement.

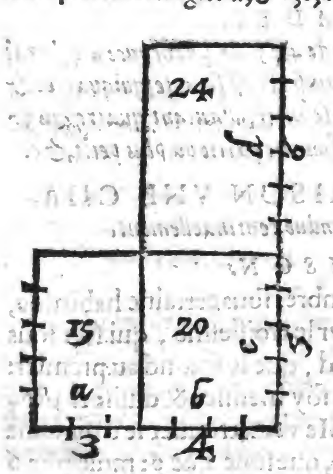
PHRISON.

AYant propoſé deux nombres ſous certaine habitude, ſi tu leur veux adiouſter le troiſieſme, qui ſoit ſous meſme proportion au ſecond, que le ſecond au premier: alors multiplie le ſecond en ſoy meſme, & diuiſe le produict par le premier. Exẽple. Ie veux trouuer le troiſieſme nombre en telle proportion, que ſont 2 & 6: multiplie 6 en ſoy meſmes, font 36: leſquels diuiſe par 2, font 18: ce ſera le troiſieſme nombre. Encores ſ'il te plaiſt d'auantage

poursuyure tant que tu voudras, multiplie le dernier nõbre en soymesme, & partis le produict par la penultiesme. Ceste reigle icy depend de la reigle dorée, ou de proportions: car il est fait tout ainsi, comme si tu disois, 2 gagnent 6, combien gagneront 6? Et tels nombres se nomment proportionnaux: & en Grec, *Analogi*.

FORCADEL.

De quatre nombres donnez quand nous voulons trouuer trois nombres, desquels la raison du premier au second, soit comme le premier donne au second: & du second des trois au troisiesme, cõme le troisiesme dõné au quatriesme: il faut multiplier le premier & le second par le troisiesme, & le troisiesme & quatriesme par le second: le produict du premier, sera premier: du second par le troisiesme, ou du troisiesme par le second, sera second: & l'autre, sera le troisiesme. Comme de 3,4,5,6, ie prens pour le premier, a: pour le second b: pour le troisiesme c: & pour le quatriesme d. Puis apres les rectãgles a, & b, c, de la cime c, & c, b, & d, de la cime b, a, fait 15: b, c, fait 20: & d, fait 24. Doncques 15, 20, 24, sont en la raison de 3 à 4, & de 5 à 6, par la premiere propositiõ du sixiesme d'Euclide: & par-ainsi de 2,6,2,6, les trois seront 4,12,36: ou 2,6,18: preuoyant aussi, que le second, multiplié par le quart, c'est à dire, par soy mesmes, & le produict party par le troisiesme, c'est à dire, par le premier: à fin que le premier & second demeuret, font 18. Aussi de 3,4,5,6, à celle fin que le premier & second demeurent, si on multiplie le second par le quatriesme, & on partist le produict par le troisiesme, on aura 4 $\frac{4}{5}$: & par-ainsi 3,4,4 $\frac{4}{5}$, seront au lieu de 15,20,24.



15,20,24. Et de lá s'ensuit, que si on me donnoit les quatre nombres, 3,4,6,7: on me doneroit 3, 2 deux, 3 deux, & 7, par lesquels i'auray 9 deux, 12 deux, 14 deux, c'est à sçauoir, 9,12,14. Ou bien, si ie diuise 14 deux par 3 deux, il en vient $4\frac{2}{3}$: dont on auroit 3,4, $4\frac{2}{3}$, qui sont les mesmes 9,12,14. Et par cela, de tant de nombres qui seront donnez, ou en continuelle, ou non continuelle raison, on trouuera les nombres continuez, qui auront les mesmes. Ce que facilement se peut entendre par ladite premiere, seconde, & quatriesme du huictiesme, lá ou ie renuoye le Lecteur: par-ce que si en cest endroit i'en voulois dire tout ce qui s'en peut dire, mon entreprise, qui est parachever ceste mienne interpretation, en seroit de beaucoup desauancée.

DV MILIEV PROPORTIONNEL.

PHRISON.

LE milieu proportionnel, est appellée la quantité moyenne entre deux, laquelle a telle raison à sa moindre, cõme la plus grande à la moyenne. Elle est trouuée aux nõbres: si tu multiplies la premiere par la derniere, alors la racine quarrée du produict monstre le milieu proportionnel. Comme, si ie veux trouuer le milieu proportiõnel entre 3 & 12, ie multiplie 3 par 12, il en vient 36, desquels la racine est 6, milieu proportionnel entre 3 & 12. Encores entre 4 & 9, iceluy mesme 6: entre $\frac{1}{4}$ & 3 entiers, multiplie 3 par $\frac{1}{4}$, il en vient $\frac{3}{4}$, desquels la racine est $\frac{1}{2}$: par ce moyen ie dis $\frac{1}{2}$ estre moyenne entre $\frac{1}{4}$ & 3: car il y a par tout double proportion.

FORCADEL.

Des extremes à la raison d'vn d'iceux au milieu. La cause aussi pourquoy on multiplie les extremes, & du produict, on en prend la racine, pour auoir le milieu proportionnel, vient de cecy: par la 19e & 20e propositions du sixiesme, on sçait, que de trois lignes proportionnelles la raison de la premiere à la tierce, est comme le

quarré de la premiere au quarré de la seconde : par la premiere doncques, & la troisiesme, & aussi le quarré de la premiere, on a la quarré de la seconde, duquel la racine est la seconde. Or est il ainsi, que la premiere à l'vnité, à la raison telle, que son quarré au rectangle, qui contient autant de quarrez des vnitez de la premiere, comme est en nombre la premiere: qui fait, qu'en la reigle de trois, l'vnité est premier: la troisiesme quantité, le second: & le troisiesme, est le nombre de la premiere. La premiere donc multipliée par la troisiesme, fait le quarré de la secõde: dont en en prẽd la racine, pour auoir la seconde. Exemple. Quand on me demande le milieu entre 5 & 20, ie sçay, que la raison de 5 à 20 est telle, que de 25 au quarré du milieu. Ie diray donc: si 5 donne 20, combien 25? c'est à dire, si 1 cinq donne 20, combien 5 cinqs? ou si 1 donne 20, combien 5? ie multiplie 5, lequel iay par le 5 propose, comme s'il luy estoit egal, par 20: l'autre extreme fait 100, dont la racine est 10, pour le milieu entre 5 & 20.

PHRISON.

Tu trouueras deux moyens proportiõnaux entre quelques nõbres que tu voudras, en ceste maniere. Multiplie le moindre en soy, & le produict par le plus grand: le quotient de la racine cube monstrera le moindre nombre, cõme milieu proportionnel estãt au milieu, & le second en la proportion: comme entre 3 & 24, tu trouueras deux moyens en ceste sorte. Multiplie 3 en soy, font 9: lesquels multiplie par 24, font 216, duquel la racine cube est 6. En apres, à fin que tu ayes le troisiesme par la premiere reigle, multiplie 6 en soy, font 36: & diuise par 3, il en viẽt 12. C'est donc vne continuelle proportion 3, 6, 12, 24. Mais on ne doit pas trouuer estrãge, si en plusieurs le moyen proportionnel ne peut estre donné: par ce que la nature des nombres ne le porte pas. Comme, entre 3 & 8, le milieu proportionnel est, la racine quarrée de 24: mais icelle ne peut estre asignée aux nombres.

FOR-

La raison des extremes icy, est triple à la raison du premier au second. Mais aussi la cause, pourquoy on multiplie l'vn des extremes en soy, & le produict par lautre: puis on prend la racine cube de dernier produict, qui est le moyen prochain à l'extreme, duquel on a pris le quarré: vient de la trente-troisiesme proposition de l'onziesme liure d'Euclide: car par icelle on sçait, que s'il y a quatre quantitez proportionnelles la raison de la premiere à la quatriesme, est comme le cube de la premiere au cube de la seconde. Si doncques on fait de la premiere, le premier nombre, de la quatriesme le second, & du cube de la premiere le troisiesme, c'est à dire, que, si au lieu de la premiere on prend 1 pour le premier nombre: la quatriesme, pour le second: & le quarré de la premiere, c'est à dire, la premiere multipliée en soy, pour le troisiesme: en multipliant la quatriesme par le quarré de la premiere, on a ce que cõtient le cube de la seconde: doncques la racine cube, est la seconde: & quand tu multiplies l'vn des nombres, entre lesquels tu cherches deux milieux en soy, tu multiplies la premiere quantité en soy: puis quand tu multiplies le produict par l'autre extreme, tu le multiplies par la quatriesme quantité, & il en vient le cube de la seconde, par lequel tu as la seconde. Et par ainsi, si entre 2 & 16 ie cherche les deux milieux, il faut que ie les trouue en multipliant le quarré de 2 par la quatriesme 16, & il en vient 64, qui est le cube de 4 prochain à 2: & si le quarré de 16, c'est à sçauoir, 256, se multiplie par 2, qui est maintenant la quatriesme, il en viẽt 512, qui est le cube de celuy milieu, qui doit estre second à 16, c'est à sçauoir, 8: lequel aussi feust venu en multipliant 4 par 4, & en partissant le produict par 2: & aussi en multipliant 4 par 16, & du produict prenant la racine quarrée. Entre 2 & 16, sont 5 & 8, d'ou viennent 2, 4, 8, 16, proportionnels.

DE L'ADDITION ET SOVSTRAction des proportions.

PHRISON.

Combien que l'vſage de ces eſpeces icy ſoit petit ou nul en l'vſage des choſes cõmunes, toutesfois par ce qu'ils ſont neceſſaires aux choſes Aſtronomiques & Geometriques, il nous a pleu de ne les delaiſſer point.

Quand on voudra doncques adiouſter deux proportiõs de magnitudes, ou deux habitudes en vne ſomme, c'eſt à dire, expliquer icelles par vn autre nombre, qui cõtienne l'vne & l'autre raiſon: eſtablis icelles proportiõs en leurs termes en maniere de minutes, comme i'ay enſeigné par-auant: en apres multiplie icelles denominations, ou (ainſi que les autres les appellẽt) les termes l'vn par l'autre, ainſi comme nous auons dit aux minutes: il en ſera produict vne autre denomination, qui comprendra la ſomme des deux proportions.

Et s'il y a pluſieurs proportions, alors premierement multiplie les termes de la premiere proportion par les termes de la ſeconde, & multiplie ceſte ſomme la par les termes de la troiſieſme, & ainſi en apres pourſuis iuſques à la fin: la derniere multiplication mõſtrera la ſomme de toutes les proportiõs. Exemple. Il plaiſt colliger la ſomme des proportiõs, qui ſont entre 6, 12, & 18: parce dõc que la proportion du premier nombre & du ſecõd eſt 2, c'eſt à dire, double: mais du ſecond & du tiers $1\frac{1}{2}$, c'eſt à dire s'eſquialtere: ie multiplie 2 par $1\frac{1}{2}$, il en viẽt $\frac{6}{2}$, c'eſt à dire, la proportiõ triple. Encores ie propoſe colliger la ſomme de toutes les proportions, qui ſont entre 2, 4, 10, 15, 20, 28: i'eſtablis premieremẽt les termes qui ſe font ainſi: 2, $2\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{5}$. Maintenant ie multiplie 2, par $2\frac{1}{2}$ il en viẽt $\frac{10}{2}$, c'eſt à dire, la proportiõ quintuple: en apres ie multiplie ces 5, par $1\frac{1}{2}$, il en prouiennent $\frac{15}{2}$, leſquels ie mul-

ie multiplie par $1\frac{1}{3}$, il en vient $\frac{60}{8}$, ou 10, c'est à dire la proportion decuple: en apres ie multiplie ces 10. icy par $1\frac{2}{5}$, ils produisent $\frac{70}{5}$, c'est à dire, 14. Ie dis donc la somme toutes les proportions estre decuple quatruple.

FORCADEL.

Tu cognoistras la cause de l'addition & composition des raisons, par ces nombres 18, 12, 18. &c. Car si 12, contient 8, trois fois la moitié, & 18, contient 12, autant mesmes, il a bien raison, que 18, contienne 8, autant que monstre le produict de $\frac{3}{2}$, par $\frac{3}{2}$, c'est à sçauoir $\frac{9}{4}$, qui font 2 $\frac{1}{4}$: & de 8, 12, 6, puis que 6 est la $\frac{1}{2}$, de 12, & que 12, contient 8, comme dessus, 6, contiendra 8, $\frac{3}{4}$, d'vne fois: car $\frac{3}{2}$, multipliées par $\frac{1}{2}$, font $\frac{3}{4}$. Mais pour briefuement adiouster les raisons de 2, 4, 10, 15, 20, 28, il faut multiplier leurs termes, c'est à sçauoir, $\frac{2}{1}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{5}$, en multipliant 2, par 7, & 1, par 1, ainsi que nous auons dit à la multiplication des fractiõs: & comme se voit cy dessous, il en vient 14, c'est à sçauoir, ladite raison des extremes.

2, 4, 10, 15, 20, 28

$\frac{2}{1}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{5}$, *fait* 14

Ou

2, 4, 10, 15, 20, 28

$\frac{2}{1}$ $\frac{5}{2}$

$\frac{5}{1}$ $\frac{3}{2}$

$\frac{15}{2}$ $\frac{4}{3}$

10 $\frac{7}{5}$ *fait* 14

PHRISON.

En la soustraction la raison est contraire, sçauoir est,

 qu'il

qu'il faut diuiser les termes d'vne proportion par les termes de l'autre proportion. Car ainsi par ceste section sont produicts les termes signifians l'excés des deux proportions. Mais il faut icy deuant toutes choses cognoistre, laquelle des deux proportions est la plus grande: ce que les denominations, ou les termes d'icelles signifient tresclairemét. Car la proportion est dite plus grande, de laquelle les termes sont plus grands, ou de laquelle la denomination est plus grande.

FORCADEL.

De la proportion, & non des termes du nom d'icelle.

PHRISON.

Et il est facile de iuger, laquelle des deux est la plus grãde aux entiers: & quant aux minutes, nous en auons baillé l'art en iugeant des minutes. Parquoy à fin que ie le die brieuement, si tu veux soustraire vne proportion d'vne autre, diuise la plus grande par la moindre: ou au contraire, s'il est besoin, ayant colloqué icelles en termes: car alors il en viendra l'excés des proportions. Comme, ie veux soustraire la raison qui est entre 6 & 15, de celle, qui est entre 4 & 15, c'est à dire, $2\frac{1}{2}$, ou double sesquialtere, de $3\frac{3}{4}$, ou triple supertripartiente quartes. Ie diuise $3\frac{3}{4}$, ou $\frac{15}{4}$ par $\frac{5}{2}$, il en sont produicts $\frac{30}{20}$, ou $\frac{3}{2}$, c'est à dire, $1\frac{1}{2}$, ou proportiõ sesquialtere: & tant est l'exces desdites deux proportiõs.

FORCADEL.

Si de la raison de 10 à 4, c'est à sçauoir, de $\frac{5}{2}$, se soustraict la raison de 6 à 4, c'est à sçauoir, $\frac{3}{2}$, en diuisant $\frac{5}{2}$ par $\frac{3}{2}$, il restera la raison de 10 à 6, c'est à sçauoir, $\frac{5}{3}$, par-ce qu'il n'en peut plus rester vne plus grande ny plus petite, mais vne egale instrunent. Ie ne tiendray pas aussi, de ces compositions & diuisions de proportions, plus grand propos, pour en auoir desia assez suffisamment escrit au second liure de mon Arithmetique: rememorant tousiours au Lecteur, qu'auec l'ayde de Dieu, ie luy feray part du reste de ce, que

s'en

i'en pourray escrire, s'il m'est presenté quelque loisir, combien qu'il puisse estre bien loing de l'egalité de mon bon vouloir.

PHRISON.

Mais quel est l'vsage de ces especes icy, on le peut veoir en Claude Ptolemée, au premier liure de sa grande cõposition. Et quant à la multiplication & diuision des proportions, n'en requiers point icy aucun artifice: car la nature des choses ne l'admet point en l'vsage commun. Toutesfois chacune proportion (selon le vouloir d'Euclide) peut estre doublée, triplée, & multipliée par quelque autre nombre qu'on voudra, ainsi qu'il peut estre colligé de la dixiesme diffinition du cinqiesme liure. Et cela ce fera, en multipliant autant de fois en soy les termes de la proportion que le nombre multipliant contient d'vnitez, excepté 1. Comme, si ie veux tripler les proportions $\frac{3}{2}$, c'est à dire, si ie veux tripler la proportion sesquialtere, ie multiplieray 3 en soy, font 9, lesquels de rechef estans multiplians par 9, font 27. Semblablement 2, multiplié deux fois en soy, font 8. La proportion donc $\frac{3}{2}$, triplée, fait $\frac{27}{8}$, c'est à dire, triple superpartiete trois octaues. Cela se pouuoit colliger par addition ainsi, comme nous auons enseigné. Et au contraire aussi, si tu veux en ceste sorte partir vne proportion par 2, extrais la racine quarrée de l'vn & de l'autre terme: si tu veux partir par 3, extrais la racine cube: si par 4, la racine de racine, & ainsi consequemment en gardant l'ordre naturel. Mais c'est assez parlé de ces choses icy. Des proportionalitez, lesquelles les Grecs appellent Analogies, i'ay deliberé n'en parler point pour le present, à fin que ie ne passe la raison de mon entreprise. Car icelles ne font rien, ou peu, à l'operation ou pratique des nombres, sinon qu'on ayt plus grand vsage des demõstrations Geometriques. Parquoy ayant bien entendu ces choses icy, il n'y a rien escrit des autres (excepté la reigle

gle d'Algebre) qu'vn chacun ne puisse facilement acquerir, mais qu'il reduise toutes les choses aux reigles, que maintenant i'ay dites, laquelle chose l'exercitation enseignera tousiours de plus en plus.

DE l'VSVRE.

Combien que ce nom d'Vsure doiue estre execrable entre les Chrestiens, toutesfois parce que la necessité cõtraint plusieurs à cest vsage, ie parleray quelque peu de la computation d'icelle, & principalement à fin que ie monstre l'vsage des milieux proportionnels outre la Geometrie, dequoy à present nous traictons. Il y a donc vne certaine vsure simple, laquelle paye quelque partie du sort par chacun an, ou bien elle est egale au sort en certains mois. La numeration d'icelle est tresfacile. Posons doncques que quelcun a prins 600 escus à vsure, par telle condition que apres 100 mois l'vsure soit egale au sort: on demande combien il payera en cinq ans. Si doncques 100, mois gagnent 600 escus, que gagneront 60 mois, ou cinq ans? La reigle monstre 360 escus, lesquels payera outre le sort, qui prend à vsure 600 escus.

FORCADEL.

Quand en cent moys se gagnent cent escus, en vn mois se gagne vn escu, & en vn an douze escus. Si doncques le sort est 100, escus, en cinq ans se gagneront 60, escus, & 600 escus en gagneront 6 fois 60, c'est à sçauoir, 360, escus.

PHRISON.

Et au contraire, si quelcun a payé pour l'vsure de cinq ans, 300, escus: on demande, quel estoit le sort, demourant la mesme condition d'vsure. Tu diras: 60 moys payent 300 escus, combien 100? dont tu auras 500 escus.

FOR-

FORCADEL.

Si en cinq ans i'ay payé 300 escus, en vn an i'en ay payé 60. c'est à sçauoir, 5 fois 12 escus: c'estoient doncques 500 escus, que i'auois prins à l'interest.

PHRISON.

Mais il y a vne autre raison d'Vsure, qu'on appelle Iudaique, laquelle augmente l'vsure tous les ans, de telle sorte que l'vsure de l'vsure est estimée tous les ans.

Exemple.

Quelcun a prins 800, escus, par telle condition qu'il payera à l'vsurier, pour le premier an, la huictiesme partie du sort, pour l'vsure, & au second an, non pas seulement la huictiesme partie du sort, mais aussi la semblable partie de l'vsure du premier an: & ainsi en apres tous les ans, en augmentant. On demande combien il payera pour quatre ans. Il conuient icy sçauoir, que la somme du sort & de l'vsure croissent tous les ans en proportion continue. Et parce que l'vsure du premier an est $\frac{1}{8}$, du sort l'vsure du secõd an à part, sera $\frac{1}{8}$, du sort & de l'vsure du premier an: & ainsi en apres, l'vsure du troisiesme an, sera $\frac{1}{8}$, du sort & de l'vsure du premier & second an. Parquoy la proportion sera cõtinue sesquioctaue. Fais dõc cinq nõbres en proportiõ sesquioctaue, ainsi que nous auõs enseigné vn peu cy deuant, & le premier (si tu veux) soit 8, le second sera 9, le troisiesme $10\frac{1}{8}$, le quatriesme $11\frac{25}{64}$, & le cinqiesme finalement $12\frac{417}{512}$, ou $\frac{6561}{512}$. Dis maintenãt, par la reigle des proportiõs, 8 payent en quatre ans $\frac{6561}{512}$, combien 800? Tu colligeras en ceste maniere le sort & l'vsure augmentez ensemble $1281\frac{128}{512}$, ou $1281\frac{27}{128}$.

FORCADEL.

Prendre pour l'interest $\frac{1}{8}$, est faire de 8, 9. Celuy doncques, qui prend 8 escus à l'interest, il doit le premier an, 9 escus: & au second an, il doit $10\frac{1}{8}$: car 9 multiplié en soy, fait 81 lequel party par 8, fait $10\frac{1}{8}$. Mais pour le troisiesme an, il est bien plus aisé

uisé de dire, si 8 donnent 9, combien $10\frac{1}{8}$? & pour l'autre aussi, si 8 font 9, combien $11\frac{25}{64}$? Mais bien encores mieux, si on dit, que 8 font 9, combien $\frac{81}{8}$, $\frac{729}{64}$? &c.

Disons encores, que 8 estant pris pour le sort, en y adioustant $\frac{1}{8}$ de soy mesmes, il fait 9, que le premier doit au premier an. Maintenant par-ce que de 9 ne se peut prendre le $\frac{1}{8}$, à celle fin qu'il ayt iustement $\frac{1}{8}$, par la 39. proposition du 7e, soit fait de chacune vnité 8 parties, en multipliant 8 par 9, font 72 octaues, desquelles 9 sont l'octaue, lequel adiousté à 72, fait 81 octaues, pour le second an: de l'vne desquelles qui en fait 8 pieces, il fait du tout 648 pieces, qui sont soixante-quatriesmes: ausquels qui adiouste 81, font 729 soixãte-quatriesmes, pour le troisiesme an: & faisant ainsi pour le quatriesme an, on trouue 6561 cinq-cens douziesmes, &c. Doncques par-ce que 800 escus sont cent fois 8 escus, il en viendra cent fois $\frac{6561}{512}$. c'est à sçauoir, les mesmes $1281\frac{27}{128}$: ou bien, en faisant de 800 comme de 8, ainsi qu'il se voit cy dessous, on trouue $\frac{656100}{512}$, qui sont mesmes $1281\frac{27}{128}$.

8	2	800
1	x72	1
9	2xx	9
72	xxx7x8	72
81	6x6x00 (1281 $\frac{27}{128}$	81
648	xxxxxx	648
729	xxxx	729
5832	xx	5832
656100		656100

PHRISON.

Or faignons maintenant quelcun deuoir, pour l'vsure du premier an, la somme du sort & de l'vsure ensemble, 4608: & pour le quatriesme an, 6561. On demande cõbien estoit le sort, & combien il vient pour le renouuellement

lement de l'vsure. Tu noteras icy de la precedente declaration, qu'entre la somme du premier an & de la derniere somme, il y entreuiennent deux milieux en mesme proportion. Cherche donc deux moyens proportionnaux entre 4608 & 6561. Multiplie le moindre, c'est à sçauoir, 4608, en soy: font 21233664. Multiplie ce produict par le plus grand, c'est à sçauoir, 6561: il en vient 139314069504. La racine cube d'iceluy, 5184, monstre la moindre des deux quantitez medіantes en mesme raison. Il payera donc pour le sort & l'vsure, auec l'augmentation au second an, 5184. Mais tout ainsi que le sort & l'vsure du second an, est accomparé au sort & vsure du premier an l'vn à l'autre: tout ainsi la somme du sort & de l'vsure du premier an, est accomparé au seul sort. Tu diras donc par la reigle de trois, 5184, dõnent 4608: combiẽ 4608? Ainsi tu colligeras le sort auoir esté 4096.

FORCADEL.

Il est bien plus aisé de trouuer les cubes, desquels sont les plusieurs fois 4608 & 6561, en partissant l'vn & l'autre par 9, & il en vient pour l'vn neufiesme, 512: & pour l'autre, 729. Ainsi la racine cube de 512 estant 8, son quarré 64, multiplié par la racine de 729, c'est à sçauoir, par 9, fait 576, qui est l'vn des milieux entre 512 & 729, par la vingt-cinqiesme proposition de l'onziesme liure d'Euclide. Et par-ce, par la huictiesme proposition du huictiesme liure, il y a autant de milieux entre 4608 & 6561, 9 fois 576, c'est à sçauoir, 5184, sera le milieu, duquel qui leue 4608, il reste 576, qui est la neufiesme partie de 5184: par-ce que nous venons de dire, que 9 fois 576, font autant. Si donc de 4608 se soustraict la neufiesme partie, qui est 512, il reste 4096, c'est à sçauoir, le mesme sort.

4608	6561	
512	729	
8	9	576
	64	5184
	9	4608
	576	512
	9	4096
	5184	

PHRISON.

Mais si tu veux chercher ceste mesme chose pour cinq ans, alors il conuient chercher le moyen proportionnel entre deux sommes asignées: & de rechef entre ce moyen trouué, & ces deux extremes asignez, deux autres moyens. Et ainsi tu auras trois milieux, & deux extremes, lesquels sont ensemble cinq quantitez proportionnelles. Mais si la question est faite pour six ans, & il est donné (comme deuant) deux sommes extremes: alors il est necessaire de trouuer quatre autres moyennes. Mais il est bien difficile de faire ceste chose, sans auoir plus grãde cognoissance des racines. Et à celle fin que i'adiouste quelque chose pour ceux, qui sont plus doctes: que la plus grande quantité soit diuisée par la moindre, la racine du quotient appelée soursolide, ou quinte, monstre le nombre, par lequel la plus petite quantité, estant multipliée, engendre la seconde, & ainsi les autres. Par ce moyen, si entre deux quantitez tu en veux trouuer vne moyenne autrement que i'ay enseigné parauant, diuise la plus grande par la moindre, & multiplie la racine quarrée du quotient par la moindre, produict la moyenne. Si tu veux deux moyennes, diuise comme parauant, & que la racine cube

cube du quotient ſoit cherchée : icelle eſtant multipliée par la moindre, produiẟt la ſeconde. Et ſi finalement tu veux trois quantitez moyennes, diuiſe (comme i'ay dit parauant) la plus grande par la moindre: la racine de la racine du quotient, multipliée par la moindre, monſtre la ſeconde : & en continuant icelle multiplication, toutes les autres ſont produiẟtes. Et ainſi tu iugeras de toutes les autres quantitez que tu voudras. Ces choſes icy ſont colligées de la dixieſme diffinition du cinqieſme d'Euclide, & dix-neufieſme propoſition du huiẟtieſme, & les ſemblables.

FORCADEL.

Ayant doncques party 6561 par 4608, en prenant le neufieſme, il en viendroit 729, partiz par 512, dont la racine cube eſt 9, partiz par 8: il faut doncques à 4608 adiouſter le huiẟtieſme, qui eſt 576, il en vient 5184. Mais pourquoy adiouſtera on le huiẟtieſme, veu qu'il ſuffit de leuer de 4608 ſa neufieſme partie, qui eſt 512? & il reſte, pour le ſort 4096: & pour l'intereſt, le $\frac{1}{8}$.

Petit

Petit traicté de Fractions ASTRONOMIQVES, OV de Fractions Physiques.

PHRISON.

IE ne voy point aucune difficulté grande aux minutes ou Fragmens Physiques, ou Astronomiques: mais à fin que la voye soit faite plus explicable pour les ieunes enfans aux tresexcellentes disciplines, ausquelles nous voulons ayder le Lecteur par ces nostres petites cōmentations, ie monstreray en peu de parolles les choses, qui peuuent estre veuës plus difficiles. Par-ce donc que la dimension des mouuemens des Astres & des temps, vient bien rarement à tomber parfaitement aux mesures entieres, comme aux ans, moys, iours, & heures: ou aux signes des cercles, ou degrez pour ceste cause les maistres de l'art ont esté contraincts de partir telles choses en tres-petites parties, à fin que la numeration en fust plus exquise. Et pour plus grande facilité, il leur a pleu faire la diuision sexagenaire. Parquoy donc ils diuisent tous les entiers, qui n'ont point de parties receuës en vsage, en 60 parties, & les appellent minutes: en apres ils couppent les minutes en 60 autres particules, lesquelles ils appellēt secondes: les secondes, en 60 tierces: & de-rechef celles cy sont parties en 60 quartes, & ainsi procedent en continuant iusques aux dixiesmes, & d'auantage aussi, si l'vsage de la chose le requiert. Mais toutes choses, qui ont autres parties receuës en vsage, ou qui ne sont pas la soixantiesme partie d'vne autre, sont appellées entiers. En ceste sorte les ans, iours, heures, le cercle, les signes, degrez, mils, stades, les pas, & les semblables, sont appellez entiers: cōbien que les appellez degrez, soient dits parties des hauteurs

teurs approuuées: & les minutes, ſcrupules. Mais nous en parlant d'addition & ſouſtraction , & des autres eſpeces, à cauſe de plus facile doctrine, garderons les vocables, qui ſont receuz vulgairement.

FORCADEL.

Les Aſtronomes à celle fin de pouuoir faire leurs computations plus ayſeement: combien que 96 ſoit auſsi le nombre ſous cent, qui reçoit en nombre autant de parties que 60, car l'vn & l'autre en reçoiuēt 11: & que les racines extraictes en nonante ſixieſmes feuſſeut plus prochaines qu'en ſoixantieſmes: toutesfois par-ce q̃ les multiplications & diuiſions ſont pluſtoſt paracheuées par le nombre de 60, l'ont prins, & en iceluy diuiſé vn chacun entier.

D'ADDITION.

PHRISON.

En addition il faut premieremēt obſeruer, que les entiers ſoient mis ſous les entiers, & les fractions ou minutes ſoient poſées ſous les minutes d'iceluy meſme genre. En apres commençant aux plus petites minutes, ſoit faite l'addition en vne ſomme, en colligeant vn chacune ſorte de minutes par ordre. Mais alors, ſi par addition la ſomme ſurmonte 60 , il faudra diuiſer la ſomme par 60, & autant d'vnitez qu'il en viendra, autant en faudra il adiouſter à la plus grãde fraction plus prochaine: & ainſi en apres les autres doiuent eſtre colligees, iuſques à ce, qu'on ſoit paruenu aux entiers. Auſquels auſsi il faudra obſeruer la valeur des entiers. Car ſi les ſignes ſont propoſez communs, c'eſt à dire, tels qu'il y en a 12 au cercle: alors la ſomme des degrez ſe doit diuiſer par 30, & le nombre qui en vient, doit eſtre adiouſté aux ſignes. Mais ſi les ſignes ſont phyſiques, deſquels les 6 font le cercle (& tels ſont preſques aux tables d'Alphonſe) alors la ſomme des degrez ſoit diuiſée par 60, &c. Toutesfois & quantes auſsi que la ſomme des ſignes cōmuns ſurpaſſera 12, ou des phyſi-

ques, 6: autant de fois les faudra il oster totalement, & mettre les seulles restes au lieu des signes. Et faut aussi iuger semblablement des autres entiers. Mais ces choses icy sont assez faciles à celuy, qui entẽd les quatre especes d'Arithmetique. Parquoy il me semble, que sera assez le declarer par vn & vn autre exẽple. Ie veux colliger des tables des eclipses de Purbache, le mouuement mediocre du soleil iusques au douziesme iour de Nouẽbre, & deux heures apres midy de l'An 1547, à laquelle on estime deuoir estre fait l'eclipse du soleil.

	Sig.	Deg.	Mi.	Sec.
Pour 1460 ans passez.	9	19	1	19
Pour 80 ans passez.	0	0	35	16
Pour 6 ans passez.	11	29	33	5
Pour Octobre passé.	9	29	38	11
Pour 12 iours.		11	49	40
Pour 2 heures.			4	56
La somme de toutes.	8	0	42	27

La somme des secondes, est 147: laquelle diuisée par 60, fait 2: lesquelles adioustées aux minutes, font ensemble 162. Mais le reste, c'est à sçauoir, 27, doit estre escrit dessous. En apres, la somme des minutes 162, diuisée par 60, produict de rechef 2, & restent 42, lesquelles sont escrites dessous, & 2 sont adioustez aux degrez, lesquels colligez ensemble auec 2, font 90, lesquels diuisez par 30, (par-ce que sont signes communs) ils font 3, & reste riẽ: dont on escrit 0 sous les degrez, & 3 sont adioustez aux signes, lesquels auec les autres font 32. Ie reiecte 12 d'iceux tant de fois que ie puis, & restent 8, lesquels sont annotez en l'exemple.

FOR-

FORCADEL.

Pour vne chacune fois 6 dixaines de quelque fraction qui soit, & de la diuisiõ de 60, il faut compter vn, à la prochaine plus grande fraction, iusques aux signes, si les signes sont physiques: ou iusq̃s aux degrez, si les signes sont cõmuns: car alors pour vne chacune fois 3 dixaines de degrez, il faut compter vn aux signes. Si les diuisions sexagenaires sont de temps, comme cestes de cercles, alors pour chacune fois 6 dixaines, il faut compter vn, cõme dessus, iusques aux heures, si les diuisiõs sont des heures, ou iusq̃s aux iours, si les minutes sont de iour. En ceste additiõ donc les vnitez des secondes sont 27, donc ie pose 7 sous icelles, & retiẽs 2 dixaines, lesquelles adioustées aux dixaines, sont 14, qui valẽt 2 dixaines: & 2 minutes: parquoy ie pose 2 dixaines sous les dixaines des secõdes, par 2, & adiouste 2 auec les vnitez des minutes, & trouue 32: dõt i'en mets 2 dessous, & adiouste 3 auec les dixaines, qui sont ensemble 16 dixaines: dõt i'en mets 4 sous les dixaines, & adiouste 2 auec les vnitez des degrez, qui sont 30. Parquoy ie pose 0 sous les vnitez, & adiouste 3 dixaines auec les autres, qui sont 9, c'est à sçauoir, 10, 3 signes, lesq̃ls i'adiouste auec les signes, & trouue 32, qui sont 2 cercles passez & 8 signes, lesquels 8 signes ie pose sous les signes, &c.

PHRISON.

Encores ie veux trouuer la conionction appellée moyenne, ou mediocre rencontre de la lune à iceluy mesme mois & aux mesmes tables. Parquoy donc ie fais ainsi.

	Iours.	Heu.	Min.	Sec.
En l'an 1520 passé.	21	14	32	11
Pour 26 ans passez.	16	16	19	41
Pour Octobre passé.	8	16	30	30
La somme de toutes.	46	23	22	22

Icy aux minutes & secondes, est procedé par semblable maniere qu'il a esté dit. Mais la somme des heures, qui

eſt colligée 47, eſt diuiſée par 24, par-ce que tant d'heures conſtituent vn iour naturel : le reſidu, c'eſt à ſçauoir, 23, ſont annotées: & l'vnité, trouuée par la diuiſion, eſt adiouſtée aux iours.

DE SOVSTRACTION.

ON doit garder le ſemblable ordre en ſouſtraction, cõme en addition : mais toutesfois & quantes que les minutes ne peuuent eſtre leuées de leurs minutes, alors quelles ſoient ſouſtraictes de 60, c'eſt à dire, de l'vnité de la plus grande minute: & que le reſte ſoit adiouſté aux minutes, deſquelles la ſouſtraction deuoit eſtre faite, & la ſomme ſoit eſcrite deſſous. Et toutes les fois qne cela aduiendra, autant de fois doit eſtre adiouſtée l'vnité au nombre enſuyuant en, ſouſtrayant. Mais s'il faut ſouſtraire des degrez de degrez, & celuy qu'il faut ſouſtraire, eſt plus grand que celuy, duquel la ſouſtraction doit eſtre faite: alors qu'ils ſoient ſouſtraicts de 30, ſi ce ſont ſignes communs propoſez, & les autres ſoiẽt paracheuées cõme il eſt dit. Semblablemẽt le nõbre des heures ſe ſouſtrait de 24, s'il en eſt beſoing. Et ainſi faut il entendre des autres. Exemple. Nous auons colligé par addition le mouuement mediocre du ſoleil eſtre 8 ſignes, 0 degrez, 42 minut. 27 ſecondes. Afin que nous colligeons de là le vray lieu du ſoleil, il nous eſt commandé d'en ſouſtraire l'equation, laqlle eſt colligée des meſmes tables de Purbache, 1 degré, 9 minut. 53 ſecondes: leſquels ie colloque en ceſte ſorte.

ſig.	deg.	min.	ſecond.
8	0	42	27
	1	9	53
7	29	32	34

Icy doncques on me cõmande oſter 53 de 27, ce qui ne ſe

ne ſe peut faire. Ie ſouſtrais doncques 53 de 60, c'eſt à dire, d'vne minute, reſtẽt 7: leſquelles adiouſtées à 27, font 34: icelles ſoient eſcrites deſſous. En apres 10 eſtant ſouſtraicts de 42, delaiſſent 32: puis apres 1, ne peut eſtre oſté de rien: parquoy il eſt oſté de 30, reſtent 29 degrez, par ce que les ſignes ſont communs. Finalemẽt l'vnité eſt oſtée de 8 ſignes. Par ainſi nous colligeõs, que le ſoleil au temps prefix, occupe 20 degrez, 32 minutes, & 34 ſecõdes de l'Eſcorpion. Et ainſi ſemblablemẽt faut il faire des iours, heures, & minutes. Et par ce que nous auõs colligé par additiõ les iours, les heures auec les minutes, pour la mediocre conionction des luminaires: nous voulõs oſter ce temps lá de 59 iours, 1 heure, 28 minutes, & 6 ſecondes: leſquelles nous colloquons en ceſte ſorte.

iours.	heu.	min.	ſecon.
59	1	28	6
46	23	31	22
12	1	56	44

Doncques 22 ſecondes de 60, delaiſſent 38: auſquelles adiouſtées 6, font 44, en apres nous adiouſtõs 1 à 31, font 32: leſquelles oſtées de 60, delaiſſent 28: leſquelles auec 28, font 56. Maintenãt l'vnité doit eſtre adiouſtée à 23 heures, & ils font 24: leſquelles leuées de 24, parce qu'elles ne peuuent de 1, par ainſi il reſte rien. Et pour ce nous eſcriuons 1 au deſſous, & adiouſtons vn à 46 iours, & leuõs icelle ſomme de 59, ils delaiſſent 12. Que ſi ainſi eſt qu'en la ſouſtraction, les entiers ne peuuent eſtre leuez des entiers: alors faudra il auſsi emprunter de plus grands entiers, ſelon la valeur d'iceux entiers, leſquels ſont propoſez. Comme, ſ'il m'eſt commandé de leuer 6 ſignes cõmuns auec 28 degrez, de 4 ſignes & 6 degrez: premierement

ment ie leue 28 degrez de 30, restent 2: lesquels auec 6 constituent 8. En apres i'adiouste l'vnité à 6 signes, font 7: lesquels i'oste de 12 signes, parce qu'il y en a autát en tout le cercle: restent 5 signes, lesquels auec 4 signes cõstituent 9. Il reste doncques 9 signes, & 8 degrez.

Vn chacun pourra facilement imaginer la chose semblable aux autres.

DE LA MVLTIPLICATION.

EN la mult iplication & diuision, il y a grand affaire de trouuer la denomination des produicts. Et quant à ce, qui appartient à la multiplication, il faut multiplier tous chacuns les nombres du multipliát par tous les nõbres de celuy qui doit estre multipiié, l'vn apres l'autre, En apres adiouster les produicts d'vne mesme denomination, & ceux qui passent 60, les reduire à plus grãdes par diuision: & en ceste sorte la somme de la multiplication est colligée. Mais il faut icy admonester de la difficulté qui tombe sur les entiers. Comme s'ils estoient proposez des iours, heures, & minutes, pour estre multipliez par signes, degrez, minutes, & secondes: parce qu'en multipliant le nombre, nous sont proposez deux sortes d'entiers, c'est à sçauoir, iours & heures: il les conuient reduire à vn genre d'entiers. Et cecy peut estre fait par vne voye assez facile: car les heures sont reduictes à minutes de iour, par la reigle des proportions, ou par les tablettes, qui sont composées pour ceste mesme chose, contenues dans les tables d'Alfonse. Mais c'est vne reigle briefue: car par le nõbre des heures multiplié par 2 $\frac{1}{2}$, est fait le nõbre des minutes de iour. Ou biẽ, multiplie les heures par 5, & la moitié du produict sera le mesme nombre en min. de iour. Et quand cela aduiẽt, il faut aussi reduire les autres minutes d'heures, & secõdes, & quelques fractiõs

que

que ce ſoient en apres, à fractions de iour, par ſemblable voye, que les heures eſtoient reduites à minutes de iour. Car ſi les minutes d'heure ſont multipliées par 2 ½, elles ſont faites de ſecondes de iour. Et ſi les ſecondes d'heure ſont multipliées par tel moyen, elles feront des tierces de iour. Et toute ceſte choſe depend de la reigle des proportiõs. Car parce que nous voulons que le iour ſoit party en 60, nous diſons 24 heures valent 60 minutes. cõbien 20? ou quelque autre nombre d'heures? Mais ce pendant, ſi par ceſte reduction il prouenoit vn plus grand nombre que 60, alors il faut diuiſer le nombre produict par 60, & adiouſter le produict à la plus grande fraction, & garder le reſte en ſon lieu.

FORCADEL.

Le nombre des heures, minutes, ſecondes, &c. ſe doit multiplier par 2 ½, c'eſt à dire, poſer vn autre fois & encores la moitié d'iceluy: & le produict, ſeront minutes, ſecondes, tierces, &c. de iour. Et des minutes, ſecondes, tierces, &c. de iour, qui en prend les ⅖, c'eſt à dire, qui adiouſte l'vn cinqieſme auec l'autre, il en vient heures, minutes, ſecondes, &c. d'heures.

PHRISON.

Il ſuffira d'un ſeul exemple pour declarer ceſte doctrine icy. Ie veux multiplier le mouuement iournal de la lune par 29 iours, 12 heures, 44 min. 3 ſecondes. Et le mouuement iournal de la lune (ſelõ les tables d'Alſonſe, leſquelles Purbache enſuit) eſt 13 degrez, 10 minutes, 36 ſecondes, 1 tierce. Icy donc auãt que multiplier, il faut reduire les nõbres à la diuiſion ſexagenaire. Parquoy ie multiplie 3 ſecondes d'heure par 5, & diuiſe par 2, il en vient 7 tierces de iour auec vne moitié, c'eſt à dire, 30 quartes de iour. En apres ie multiplie 44 minutes par 5, ils font 220: leſquels ie diuiſe par 2, il en prouient 110 ſecondes de iour: ie les diuiſe pas 60, il en vient vne minute de iour,

laquelle ie garde: & demeurent 50 secondes de iour, lesquelles ie note en son lieu. En apres ie multiplie semblablement 12 heures par 5, & les diuise par 2, font 30 minutes de iour: ausquelles i'adiouste vn, qui parauãt auoit esté colligé par la diuision: ils font finalement 29 iours, 31 minutes, 50 secõdes, 7 tierces, & 30 quartes de iour, qui doiuent estre multipliées par le mouuement de la lune proposée au parauant.

FORCADEL.

Si les nombres (comme i'ay dit) sont reposez vne fois auec la moitié d'iceux, en obseruant tousiours la diuision sexagenaire, on trouue par l'addition, ce qu'on cerche, en changeant la denomination d'heures en minutes de iour, &c. comme se voit cy dessous.

29 iours,	*12 heu.*	*44 minutes,*	*3 secon.*	
	12 heu.	*44 minutes,*	*3 secon.*	
	6	22	1	30
29 iours,	*31 mi.*	*50 secon.*	*7 ti.*	*30 qu.*

PHRISON.

Mais il ne faut pas chãger cestuy cy, parce que l'ordre de la diuision sexagenaire est gardé. Cecy donc doit estre fait diligemment en multiplication & diuision, qu'vn tel ordre soit gardé, c'est à dire, que les entiers, qui sont proposez, soient diuisez en 60 minutes, sans y entreuenir aucune autre partition: & aussi vne chacune des fractions en apres est entẽdue deuoir estre diuisée en 60 moindres particules. Car par ce moyen la confusion des denominations produictes sera euitée.

FORCADEL.

Ceste multiplication, &c. se peut aussi aiseemẽt parfaire par les heures, minutes, &c. comme par les minutes, secondes, &c. de iour: comme ainsi soit que les heures, & leurs fractions, sont les mesmes parties de iour, que sont les minutes & leurs fractions de iour,

iour, en la reduction: car tout ainsi que 12 heures sont la moitié d'vn iour, außi sont 30 minutes de iour ladite moitié, & au contraire. Mais pourquoy se priuera l'Astronome de celle tant belle liberté, de laquelle se seruent ceux, qui l'ont apprise de luy? Ce sont ceux, qui hantent le fait des monnoyes: car d'vn billon, qui tient, ou auquel y a 4 onces d'argent pour marc, ils en font le fin, comme de celuy, qui est à 6 deniers de fin, ou de sols de fin, ou bien à 6 deniers d'aloy.

PHRISON.

Mais maintenant à fin que les denominations puissent estre trouuées sans difficulté: pose par ordre naturel autant de denominations, que tu voudras, & escris sous icelles les nombres de la progresion naturelle, en ceste maniere.

Entiers, mi, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, &c.
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Toutesfois & quantes doncques, que tu multiplies deux nombres entre eux, le produict sera de celle denominatiõ, laquelle monstrera le nombre colligé des deux nombres, escrits dessous les denominatiõs des deux multiplians. Comme, quãd ie multiplie des minutes par des secõdes, ils s'en font des tierces, parce que 1 & 2 font 3. Encores quand ie multiplie tierce par tierce, font sextes: qurnd les entiers sont multipliez par secondes, ils font secondes: quand par tierces, tierces: & semblablement tu iugeras ainsi des autres. Et la demonstration de ceste chose icy est prise des fractions vulgaires. Car par ce que tout entier est icy diuisé en 60, necessairement vne minute sera $\frac{6}{60}$ d'vn entier. Et par-ce qu'vne seconde est $\frac{1}{60}$ de minute, c'est à dire, la soixantiesme d'vne soixantiesme particule: la seconde donc, sera $\frac{1}{3600}$ d'vn entier: & en ceste sorte vne tierce, est $\frac{1}{216000}$ d'entier: vne quarte, $\frac{1}{12960000}$ d'entier: & vne quinte, $\frac{1}{777600000}$ d'entier: lesquels nom-

bres sont faits par la continuelle multiplication sexagenaire. Il appert donc facilemét par les reigles des fractiōs vulgaires, que, quand ie multiplie $\frac{1}{3600}$, c'est à dire, 1 secōde, par $\frac{1}{216000}$, il est produict $\frac{1}{777600000}$, c'est à dire, vne quinte, ainsi cōme 2 & 3 font 5: car vne tierce est $\frac{1}{216000}$ d'vn entier, ainsi que nous l'auons monstré. Et en telle maniere faut ainsi colliger de tous les autres.

FORCADEL.

Ie laisse ce, que ie pourrois dire de cecy, à l'exercice du lecteur, veu que ce ne seroit que repeter aucunes choses, que nous auons dites aux progressions, & aussi ce, que i'en ay desia escrit generalement des fractions grandes & petites en mon second liure.

PHRISON.

Venons donc maintenant à nostre exemple proposé. Et à fin que toute confusion soit euitée, soient posez les deux nombres par ordre naturel, ainsi qu'il s'ensuit.

Entiers mi.	2.	3.	4.	5.	6.	7.		
29.	31.	50.	7.	30.				
13.	10.	35.	1.					
		29.	31.	50.	7.	30.		
	17.	13.	34.	14.	22.	30.		les produicts
4.	55.	18.	21.	15.	0.			espars.
383.	53.	51.	37.	30.				
389.	6.	24.	2.	31.	12.	37.	30.	le produict.

Premierement, nous multipliōs 1 tierce par 30 quartes, dont il en vient 30 septiesmes, selon la reigle: & ainsi en apres, cōme il appert au premier ordre des produicts. Secondement, nous multiplions 35, par tous les nōbres de l'ordre dessus: & premierement, en 30 quartes: & par ce q̄ 35 sont secondes, ils produisent 1050 sextes; lesquelles diuisées par 60, font 17 quintes, & 30 sextes: parquoy i'escris 30 en son ordre, & garde 17. En apres ie multiplie

35 par

35 par 7, font 245 quintes, ausquelles i'adiouste 17 quintes que i'auois gardées: la somme donc des quintes est, 262, lesquelles de rechef ie partis par 60, font 4 quartes, & 22 quintes: i'escris 22 en son lieu, & garde 4. Sẽblablemẽt ie multiplie 35 par 50, ils font 1750 quartes parce que secõdes sont multipliées par secõdes. I'adiouste maintenant à icelles, 4 quartes gardées parauant, font 1754 quartes: lesquelles diuisées par 60, font 29 tierces, & 14 quartes. Et ainsi i'ay paracheué le reste de la multiplication, laquelle tu vois escrite, c'est à sçauoir, en multipliãt tous chacuns les nõbres du multipliãt par vn chacun de celuy à multiplier, & en diuisant les produicts par 60 aux lieux ou ils l'ont surpassé. Et me semble qu'il n'est point de besoin poursuiure ces choses là d'auãtage, par ce qu'elles sont faciles tãt par les choses dites, que par l'Arithmetique vulgaire. Nous auõs dõcques recueilly, que la lune a couru par mouuemẽt mediocre 389 degrez, ou 12 signes communs, 29 degrez, 6 min. & les autres qui sont colligées par multiplicatiõ, en 29 iours, 12 heures, 44 min. & 3 secondes. Et la mesme raison aussi est gardée, quãd les degrez, min. secondes, & tierces, sont multipliez par mils, & les min. secõdes, & tierces d'iceux. Mais parce qu'il y a deux sortes d'entiers proposez, il aduient, que non pas sans cause on doute de la denomination du produict: cõme, parce que nous auõs multiplié le temps par le mouuemẽt, on peut faire vne questiõ, de ce qui est engendré par la multiplication, ou le temps, ou le mouuemẽt, c'est a dire, si le nom des entiers est des iours, ou des degrez. Mais nous colligerons cecy par la nature de la propopositiõ proposée: car par ce que les iours cõprennent le mouuement asigné, le produict sera de la nature de celuy, qui est comprins, & non pas de celuy, qui cõprend: parquoy doncques 389 entiers notent degrez. Tout ainsi, quand les degrez & minutes sont multipliées

par

par mils & minutes, le produict sera denommé de mils & min. d'iceux: pourtãt que les degrez, peu s'en faut, cõprennẽt iceux mils. Car no⁹ disons ainsi en Geographie, qu'vn chacun des degrez d'vn grãd cercle cõtiẽt 60 mils Italiques: mais aux paralleles, autant moins qu'ils approchent plus pres du pole. Et ainsi faut il iuger de tous les autres.

FORCADEL.

Ceste multiplication se peut aussi faire par la voye, par laquelle s'assubiectissent toutes les autres. Et par icelle on multiplie 29, 31, &c. par 13: puis apres, pour 10. minutes, on y adiouste le sixiesme: pour 30 secondes, on prend la moitié de 29, &c. comme s'ils estoient minutes: & pour 5 secondes, le sixiesme de ladite moitié: en fin, pour 1 tierce, par-ce que c'est le mesmes que de prendre le soixantiesme, on adiouste audit produict & aux parties prises, ou (pour mieux dire) on adiouste aux autres produicts 29 tierces, 31 quartes, &c. car la soixantiesme partie de 29 secondes, est autant de tierces. On peut aussi multiplier 13 degrez, 10 minutes, &c. par 29, puis y adiouster le tiers & la moitié du tiers, pour 12 heures: & cela se fait, à cause de la commodité, &c. Quant à la denomination du produict, elle est toute manifeste: car on sçait bien, que, si la lune fait en vn iour 13 degrez, elle en sera en deux iours 26 degrez, & non pas 26 iours, &c.

Entiers.	*min.*	*secon.*	3.	4.	5.	6.	7.
29.	31.	50.	7.	30.			
13.	10.	35.	1.				
83.	53.	51.	37.	30.			
29.							
4.	55.	18.	21.	15.			
	14.	45.	55.	3.	45.		
	2.	27.	39.	10.	37.	30.	
			29.	31.	50.	7.	30.
379.	6.	24.	2.	31.	12.	37.	30.
29.	6.	24.	&c.				

Et

Et quant à ce, qui eſt dit, que les degrez contiennent ou peu, ſ'en faut, les mils : il conuient entendre, qu'vn degré ne contient pas iuſtement 60 mils, mais bien peu plus, ou moins.

DE DIVISON.

PHRISON.

EN diuiſion la progreſsiō ſexagenaire, delaquelle nous auons parlé ſuffiſamment en multiplicatiō, doit eſtre cogneuë deuant toutes choſes : principalement quand le diuiſeur ſera composé, & que nous voudrons parfaire la diuiſion ſans reduction. Car quand le diuiſeur eſt ſimple, il n'y a ancune difficulté en operāt: car tous chacuns nombres, qui ſont mis au nōbre à diuiſer, doiuent eſtre diuiſez l'vn apres l'autre par le diuiſeur. Et tu cognoiſtras la denomination des produicts, par la table miſe en la multiplication, là ou nous auons eſcrit à vne chacune minute ſa denomination par ordre naturel. Car tout ainſi qu'en multiplication, la denominatiō des produicts eſtoit colligée par l'addition de tels nombres : tout ainſi en diuiſion la denomination des produicts eſt cogneuë par ſouſtraction. Mais la denominatiō du diuiſeur doit eſtre touſiours ſouſtraicte de la denomination du nombre à diuiſer, & en ceſte ſorte la denomination du produict eſt colligée. Cōme ſi 24 tierces ſe diuiſent, par 6 minutes, ils ſont 4 ſecōdes: ſi tierces par tierces, ils ſont entiers: par ce que 3 leuez de 3 delaiſſent rien. Et aux entiers n'y a point de denomination, comme nous auons monſtré parauant en multiplication. Et ainſi comme nous auons là enſeigné, que les denominations peuuent eſtre trouuées par l'artifice des fractions vulgrires: auſsi ſemblablement en diuiſion, il n'y a point de doute, qu'il ne ſe puiſſe faire. Comme, quand ie diuiſe $\frac{24}{216000}$, (les tierces ſont ainſi denominées) par $\frac{6}{60}$, c'eſt à dire, 6 minutes, 60 ſont multipliez par 24, & 6 par

par 216000, & ils produisent $\frac{1440}{1296000}$. Que si tu diuises l'vn & l'autre par 6, il en reuiendra le denominateur physiq̃, & feront $\frac{240}{216000}$, c'est à dire, 240 tierces: car 216000 est la denomination des tierces. Et si tu les diuises tous deux par 60, ils produiront $\frac{4}{3600}$, c'est à dire, 4 secondes: car 3600 est la denomination des secondes: & ne peut la reduction proceder à plus petite fraction physique.

FORCADEL.

C'est à dire, que 4 soit plus prochain d'aucun lieu, que du lieu soixantiesme du soixantiesme.

PHRISON.

Car de la seule diuision sexagenaire, est faite la progression des denominations Physiques. Et combien que 3600, peuuent estre diuisez par 60: toutesfois, 4 n'admettent pas icelle diuision. Par-quoy $\frac{4}{3600}$ ne sont point reduites à autre denomination physique, combien que ceste fraction icy reduicte vaille $\frac{1}{900}$.

FORCADEL.

Diuiser $\frac{24}{216000}$ par $\frac{6}{60}$, est autant que diuiser $\frac{4}{36000}$ par vn, dont il en vient 4 secondes: & diuiser $\frac{24}{216000}$ par $\frac{6}{3600}$, est diuiser $\frac{4}{3600}$ par $\frac{1}{60}$, c'est à sçauoir, $\frac{4}{60}$ par vn, dont il en viendroit 4 minutes. Cela se fait en obseruant tousiours les denominations sexagenaires, &c.

PHRISON.

Mais il suffit auoir demonstré cecy aux studieux, à fin qu'ils sçachent, que ces reigles lá de trouuer les denominations physiques, ne peuuent estre données sans raison. Mais il aduient souuent en diuision, que le diuiseur n'est pas contenu iustement au nombre à diuiser. Et alors certainement le reste multiplié par 60, appartiendra à la fraction suyuante par ordre. Exemple. Le mouuemēt iournal de la lune, est estably par Alfonse, 13 degrez, 10 minutes, 35 secondes, 1 tierce, 15 quartes. Ie veux sçauoir de lá, combien icelle lune en mesurera par l'espace d'vne heure.

heure. Ie diuise donc le mouuement aſsigné par 24 heures, c'eſt à dire, entiers. En premier lieu, 13 ne peut eſtre diuiſé par 24: parquoy ie multiplie 13 par 60, font 780 minutes: auſquelles on doit adiouſter 10 minutes, qui enſuyuent. Or maintenant 790 diuiſez par 24, font 32 minutes, reſtent 22: leſquelles de rechef multipliées par 60, font 1320 ſecondes. Ie adiouſte à icelles 35 ſecondes, dont ſont colligées 1355 ſecondes. Ie diuiſe icelles par 24, font 56 ſecondes, & reſtent 11 ſecondes: leſquelles multipliées par 60, rendent 660, auſquelles ſi i'adiouſte 1 tierce, font 661 tierces. Ie les diuiſe par 24, font 27 tierces. Il reſte 13, leſquelles multipliées par 60, font 780 quartes, auſquelles i'adiouſte 15. & il en vient 795 quartes: leſquelles ie diuiſe par 24, & i'en collige 33 quartes. Et ainſi faut proceder, autant qu'on voudra: car nous auons laiſsé les autres fractions, à cauſe de briefueté. Parquoy le mouuement horaire de la lune, eſt 32 minutes, 56 ſecondes, 27 tierces, & 33 quartes.

FORCADEL.

On peut auſsi repoſer vne autre fois & la moitié dudit mouuement iournal, & adiouſter le tout enſemble, changeant le nom de degrez en minutes, &c. Et ainſi, on aura ledit mouuement horaire. Ou auſsi en multipliant les nombres dudit mouuement par 2 ½, changeant le produict des degrez en minutes, & y adiouſtant le $\frac{1}{24}$ des minutes, s'il y en a, &c. on trouue le meſmes.

13	*degrez,*	10	*mi.*	35	*ſecon.*	1	*tier.*	15			
13		10		35		1		15			
6		35		17		30.		37.		30	
32	*mi.*	56	*ſec.*	27	*tier.*	33	*quar.*	17.		30	

PHRI-

PHRISON.

Mais il aduient souuent, que le diuiseur est composé de nombres denommez diuersement : & alors il en aduient bien vne plus grande difficulté. Comme, faignons que la lune soit distante, selõ le sentier de sa droite voye, de quel que estoille fixe, 36 degrez, 30 minutes, 24 secondes, 50 tierces, & 15 quartes. On demande en combien de tẽps la lune courra par cest espace lá, selon son cours mediocre, lequel nous auons estably 13 degrez, 10 minutes, 35 secondes, 1 tierce, & 15 quartes, par iour. Il peut estre assignée double voye en ceste diuision: l'vne est, que l'vn & l'autre nombre, tant celuy, qui doit estre diuisé, que le diuiseur, soit reduict à la plus petite denomination proposée en la question: domme en ce lieu icy, en quartes.

FORCADEL.

Ou bien, par-ce que 15 quartes, d'vne part & d'autre, font le quart d'vne tierce, soient reduicts les deux nombres proposez, en quatriesmes parties de tierce, &c.

PHRISON.

Et telle reduction est faite par la multiplication sexagenaire: ainsi comme en nostre question, premieremẽt nous auons multiplé 36 par 60, sont 2160, minutes: nous auons adiousté à icelles 30 minutes, & sont 2190 minutes: lesquelles de rechef nous auons multiplié par 60, par ainsi il en sort 131400 secondes: ausquelles estans adioustées 24 secondes, elles constituẽt 131424 secõdes. Icelles en apres multipliées par 60, font 7885440 tierces: à icelles estãs adioustées 50 tierces, font 7885490 tierces. Finalemẽt icelles multipliées p 60, produisent 473129400 quartes: ausquelles si on adiouste 15, toute la somme à diuiser est 473129415 quartes. Et le diuiseur, estant reduict par mesme maniere, cõstitue 170766075 quartes.

FORCADEL.

En faisant ces reductions, tu poseras premierement les vnitez de la

de la fraction à laquelle tu reduiz, & adiousteras les dixaines à six fois tout ce qui est en la precedente: cōme en reduisant 36 degrez, 30 minutes, en minutes, il te faut poser 0 de minutes, & adiouster 3 dixaines à 6 fois 36, c'est à sçauoir, à 6 fois 6, font 39: dōt se pose 9, & 3 s'adiouste à 6 fois 3, qui font en tout 2190, &c.

PHRISON.

Et la reduction estant faite, le nombre à diuiser soit diuisé par le diuiseur, & le produict sera denommé des entiers. Mais ce, qui ne se peut diuiser, soit multiplié par 60 & le produict, diuisé par iceluy mesme diuiseur, donnera des minutes. Et ainsi pourra lon poursuyure en apres, tāt qu'on voudra. Comme quād ie diuise 473129415, par 170766075, premieremēt ils sont produicts deux iours, & restēt 131597265 quartes. Icelles soient multipliées par 60, elles font 7895835900 quintes: lesquelles diuisées de-rechef par 170766075 quartes, produisent 46 min. de iour: & restēt 40596450 quintes: icelles multipliées par 60, produisent 2435787000 sextes, lesquelles si elles sont diuisées par 179766075 quartes, en sont colligées 14 secōdes. Et en ceste maniere faut proceder aux autres fractiōs, en multipliāt les restes par 60, & diuisant par celuy mesme diuiseur. Et ceste maniere icy de reduire, vaut nō seulemēt en diuision, quād le diuiseur est composé, mais aussi est fort cōmode en toute autre diuision. Ny aussi ceste reduction icy à vne plus petite fractiō, n'a pas seulemēt lieu en la diuision, mais aussi est exercée souuentesfois en multiplication. Laquelle chose ne me semble point auoir besoin d'estre declarée d'auantage : car en icelle, la reduction n'est point faite autremēt, que nous auons monstré presentement. Mais la multiplication estāt cogneuë par soy, le nombre produict est reduict à la prochaine plus grande fraction, par la diuision sexagenaire: la ou si le nombre surmonte encores 60, la diuision est faite de rechef, & ainsi semblablement en apres, iusques

à ce que l'ordre paruienne aux entiers par la diuision, ou à plus petit nombre que 60. Mais c'est assez parlé de ces choses icy.

FORCADEL.

De là s'ensuit, qu'en la multiplication, il n'est pas necessaire de reduire les fractions de l'vn & de l'autre à la plus petite, mais bien en vn chacun ordre à la plus petite, ou ainsi que la commodité le pourra permettre, à la prochaine.

PHRISON.

Il reste vne autre voye de diuiser sans reduction de nõbres, laquelle n'a pas petite difficulté. Ie suis d'aduis qu'il vaut mieux declarer icelle par exemple, que par entremeslement de paroles obscures. Parquoy soient proposez iceux mesmes nombres à diuiser, & celuy mesme diuiseur aussi, lesquels estoient asignez en la question precedente: & soient ainsi mis par ordre.

Entiers.	mi.	2.	3.	4.	
36.	30.	24.	50.	15.	Le diuisé.
13.	10.	35.	1.	15,	Le diuiseur.

Icy ie demande, combien de fois 13 est en 36: & parce qu'il y est contenu deux fois, ie multiplie tout le diuiseur par 2, ils font 26 entiers, 21 minutes, 10 secondes, 2 tierces, 30 quartes: lesquels soustraicts du nombre à diuiser, ils delaissent 10 entiers, 9 minutes, 14 secondes, 47 tierces, & 45 quartes. Maintenant, par ce que 10 entiers ne peuuent plus estre diuisez par 13, ie les resouls en minutes, en les multipliãt par 60, & font auec 9 min. 609 minutes: & ie mets de rechef le diuiseur sous icelles.

mi.	2.	3.	4.		
609.	14.	47.	45.	0.	Le diuisé.
13.	10.	35.	1.	15.	Le diuiseur.

Ie cherche icy de-rechef, quel est le nombre, qui, estât multiplié par le diuiseur, leue à peu pres tout le nombre mis sur luy. Et ie trouue 13 estre contenu en 609, quarã te six fois, & en rester assez pout les autres estans multipliez par 46. Par-quoy ie multiplie tout le diuiseur par 46 min. (car en diuisant minutes par entiers, font minutes) & il est produict de la multiplication ce nombre icy, 906 minutes, 6 secondes, 50 tierces, 57 quartes, & 30 quintes. Lesquels ie soustrais du superieur, selõ les reigles données en la soustraction: restent 3 min. 7 secondes, 56 tierces, 44 quartes, 30 quintes. Et par-ce que 3 min. ne peuuent estre diuisées par 13, ie les resouls en secõdes, en les multipliant par 60, & ainsi estans adioustées auec 7, font 187 secondes, 56 tierces, 47 quartes, 30 quintes. Ie les diuise de rechef par le diuiseur: & par-ce que 13 est cõtenu en 187, quatorze fois, ie multiplie tout le diuiseur par 14 secondes: car diuisant secondes par entiers, nous colligeons des secondes. Et la multiplication fait 284 secondes, 28 tierces, 10 quartes, 17 quintes, 38 sextes. Icelles ostées du superieur, restent 3 secondes, 28 tierces, 37 quartes, 12 quintes, 30 sextes. Et sera loisible par ces choses icy, de proceder plus outre, tant qu'on voudra. Mais il nous suffit auoir demonstré, que nous pouuons paruenir par deux voyes à ceste mesme fin. Nous trouuons doncques, que par l'vne & l'autre maniere, la lune parfera l'espace asigné, en deux iours 46 minutes de iour, & 14 secondes de iour, c'est à dire, deux iours, 18 heures, 29 minutes. Les minutes de iour aussi sont reduictes en heures, en doublant & diuisant par 5: tout ainsi les secondes de iour sont reduictes en minutes d'heure, en doublãt & diuisant par 5. Ce qui est colligé de la reigle des proportions: car 60 min. de iour font 24 heures, ou 5 font 2. Et en ceste maniere faut iuger des autres. Quãt à la multiplicatiõ & diuisiõ comment elles sont parfaites par la table

appellée proportionnale, i'eſtime, que ce ſeroit vne choſe ſuperflue, de l'enſeigner en ce lieu, veu que ceſte raiſon icy ſuffit, & qu'elle ne deffaut pas de ſa difficulté, & auſsi que ces choſes lá ſont aſſez traitées par les tables des hauteurs.

DE L'EXTRACTION des Racines.

L'Vſage des racines quarrées, ou cubiques, eſt fort petit aux fractions phyſiques, & n'y a aucune difficulté. Car les racines ſont cerchées, par le meſme moyen, qui eſt enſeigné en l'Arithmetique vulgaire. Mais le ſeul artifice eſt, à trouuer la denominatiō: car il faut, ou qu'ils ſoyent entiers, ou de denomination paire, quand nous voulons trouuer la racine quarrée. Cōme la racine quarrée de 36 entiers, eſt 6 entiers: encores, la racine quarrée de 36 ſecondes, eſt 6 minutes: & de plus, la racine quarrée de 36 quartes, eſt 6. ſecondes. Car il faut ſeulement medier la denomination, à fin qu'il en ſorte la denomination de la racine. Que ſi le nombre, compoſé de pluſieurs, eſt propoſé, celuy doit eſtre reduict à vne ſeule, cōme nous auons dit en diuiſion. En ceſte ſorte, la racine quarrée de 26 minutes, & 40 ſecondes eſt 40 minutes: car 26 minutes, valent 1560 ſecondes, auſquelles ſi on adiouſte 40, font 1600 ſecondes: la racine quarrée d'icelles eſt 40 minutes. Mais s'il eſt propoſé vn nombre, duquel la denomination n'eſt point paire, il ſera reduict à telle denomination.

FORCADEL.

C'eſt à ſçauoir, pour le moins, à la fraction prochaine plus petite.

PHRISON.

Comme, ie veux chercher la racine quarrée de 4 degrez 25 minutes. Reduites à ſecondes, font 15900 ſecondes: la racine quarrée d'icelles, vaut 126 minutes.

FOR-

FORCADEL.

On peut außi prendre la racine quarree de 4 degrez, 25 minutes, & c. par vne voye, qui respond à la precedente sorte du diuisiõ: ie dis, quant à la comparaison de la diuision, & de l'extraction des racines. Car la racine quarrée de 4 degrez, est 2 degrez: lesquels doublez (en ensuyuãt les vestiges de l'extraction des racines quarrées) sont 4 degrez: par lesquels qui partist 25 minutes, il en viẽt 6 minutes, & reste 1 minute: de laquelle qui soustraict le quarré de 6 minutes, c'est à sçauoir, 36 secondes, il reste 24 secondes. Par ainsi donc on peut dire, que la racine de 4 degrez, 25 minutes, est 2 degrez, 6 minutes, peu s'en faut.

1
4. 25. 24.
2. 6.
4

PHRISON.

Que si nous voulions enquerir la racine de plus pres, il faudroit reduire icelles secondes à quartes.

FORCADEL.

Et ainsi des autres secondes, quartes, & c. desquelles on ne peut auoir la iuste racine. Ou bien, poursuis la precedente façon d'extraire tant que tu voudras, & selon la commodité, & necessité.

PHRISON.

Il faut aussi aux cubes, que la denomination soit diuisible par trois.

FORCADEL.

Car tout ainsi qu'aux racines quarrées, les quarres des entiers, sont entiers: & de quelque fraction que soit, le quarré est d'vne denomination diuisible par deux: aussi aux cubes, les cubes des entiers, sont entiers: & le cube de la fraction, fait la fraction, de laquelle la denomination est diuisible par trois.

PHRISON.

Parquoy s'ils ne sont proposez tels, il faut vser de redu-

ction. La racine cube donc de 27 entiers, eſt 3 entiers: la racine cube de 27 tierces, eſt 3 minutes: la racine cube de 27 ſextes, 3 ſextes. Finalement la racine cube de 59 entiers, 19 minutes, 8 ſecondes 24 tierces, vaut 234 minutes: car les nōbres reduicts à tierces, cōſtituent 12812904, deſquelles la racine cube vaut 234 minutes, ou 3 entiers, 54 minutes. Et faut ainſi faire des autres ſemblables.

FORCADEL.

Par l'autre ſorte, la racine de 59 entiers, eſt 3 entiers: puis en enſuyuant auſsi l'extraction des racines cubes, le triple de 3 eſt 9, lequel, ainſi qu'il ſe voit, ſe poſe ſous les minutes, & ſe multiplie par 3, fait 27, lequel ſe doit poſer ſous les minutes reſtées, qui ſe doiuent partir par 27: dont il en vient, apres toutes les conceptiōs & eſſaiz, 54 minutes. Il faut dōcques multiplier 27 entiers par 54 min en ſouſtrayāt le dixieſme, il reſte, pour le produict, 24 entiers, 18 min. de la le quarré de 54 minutes, par meſme moyen, fait 48 min. 36 ſecondes: lequel multiplié par 9, fait 7 degrez, 17 min. 24 ſecondes: qui ſe doiuent adiouſter à 24 entiers, 18 min. auec le cube de 54 minutes, qui eſt par vn meſme chemin, 43 minutes, 44 ſecōdes, 24 tierces. Ainſi ces 3 ſommes enſemble ſont 32 degrez, 19 minutes, 8 ſecondes, & 24 tierces, qui oſtent la difference des cubes: & par ainſi la racine cube, eſt 3 entiers, 54 minutes.

```
                32
                59. 19. 8. 24
                3. 54.
                      9
48. 36.         27                       54
 4. 51. 36      2. 42                     5. 24
43. 44. 24     24. 18                    48. 36
                7. 17. 24                     9
                   43. 44. 24            7.17.24
               32. 19. 8. 24.
```

PHRI-

PHRISON.

Et toutes ces especes & operations lá sont examinées, par contraires operations. Et s'il entreuient des questiõs, qu'il faille faire par la reigle des proportions, tout ainsi que souuentesfois il aduient, pour trouuer la partie proportionnelle par les tables : il faut parfaire la reigle, en multipliant & diuisant, par ces especes, ainsi que la raison de la reigle le requiert.

AVCVNES PETITES QVESTIONS *ioyeuses.*

SI quelcun demãde peser tous les poix, qui sont depuis 1 iusques à 40, auec 4 poix, en sorte qu'il ne soit point besoin d'autres poix: tu feras cela, si l'vn des poix est d'vne liure: le second, de 3: le troisiesme, de 9: le quatriesme, de 27. Car tu peux par iceux peser tous les poix qui sont depuis 1 iusques à 40. Comme, si tu veux faire 21 liures, mets en l'vne des balances, 27 & 3: & en l'autre, 9. Si tu demandes 20 liures, mets en l'vne 27 & 3: en l'autre, 9 & 1. Et par mesme raison on pourra auec cinq poix peser tous les poix depuis 1 iusques à 121, c'est à sçauoir, 1, 3, 9, 27, 81. Encores par 6 à 364, c'est à sçauoir, 1, 3, 9, 27, 81, 243.

FORCADEL.

Cela vient de la proprieté des progreßions Geometriques, qui commencent à 1, & se continuent l'vne par 2, & l'autre par 3. Mais celle qui se continue par 2, fait le tout en la balãce des poix.

PHRISON.

Quelcun a çõceu quelque nõbre, & à fin que tu le sçaches fais, ainsi: cõmande luy de tripler le nõbre qu'il a cõceu, & qu'il medie le triple, en apres qu'il triple de rechef le quotiẽt, & derechef qu'il medie ce triple. Mais si, en la premiere mediation, le nõbre triple est impair (car il s'en faut enquerir) alors cõmande luy qu'il le face pair en y adioustãt l'vnité, & en apres qu'il le medie: magis garde 1 en

toy mesme, de l'addition faite. Et si cela aduient en la derniere mediation, tu luy diras qu'il face la mesme chose: mais tu en garderas deux, en toy. En apres commande luy de reiecter 9 de son dernier nombre, tāt de fois qu'il pourra: mais tu compteras autant de fois 4: & puis apres tu adiousteras ce, que tu auras gardé. Comme, quelcun a excogité 7: s'il le triple, seront 21, lesquels ne peuuent estre mediez: qu'il y en adiouste doncques 1, font 22: qu'il les medie, sont 11, & tu retiendras 1. En apres cōmande luy de rechef qu'il triple 11 font 33: lesquels de rechef ne se peuuent medier, si on n'y adiouste l'vnité: par ainsi seront 34, desquels la moitié vaut 17. Or tu colligeras icy, 2. Maintenant luy diras, qu'il en deiecte 9, autant de fois qu'il pourra: & parce que cela ne se peut faire qu'vne fois seulement, tu colligeras 4, & ne t'enquerras point du reste: mais tu auois gardé 3 en toy, pour iceluy: lesquels 3 adioustez auec 4, font 7.

FORCADEL.

S'il a conceu vn nombre, qui contienne autant de quatres, cōme tu luy fais leuer de fois 9, de la derniere moitié, les triples sont pairs: si le nombre est de l'vnité plus grand, le premier triple est impair: s'il est plus grand de deux, le second: & si de trois, l'vn & l'autre.

PHRISON.

Si trois diuerses choses sont cachées de trois diuerses personnes, & si tu veux, par Arithmetique (ainsi comme si tu estois vn diuinateur) dire à vn chacun la chose, qu'il auroit cachée, fais ainsi. Soiēt trois choses a, b, c, assignées en ton esprit, & que les personnes soient establies en ta memoire par ordre, le premier, le second, le troisiesme: & au parauant qu'ils cachent les choses, mets au milieu 24 pierres: bailles en vne en la main du premier: au second, 2: au troisiesme, 3. En apres colloque les trois choses par ordre, & leur commande, que, quand tu t'en seras allé, vn chacun

chacun

chacun cache laquelle d'icelles choſes qu'il voudra, mais par telle conditiõ, que celuy, qui cachera A, prẽne des 18 pierres, qui ſont delaiſſées, encores autãt cõme il en a à ſa main: & celuy, qui aura caché B en prenne le double: & finalemẽt qui C, le quatruple: & qu'ils laiſſent le reſte ſur la table, ou en lieu deſcouuert. Et ayant mis ces trois choſes, & les perſonnes en ta memoire par ordre. retire toy de ce lieu lá, iuſques à ce qu'ils ayent caché les choſes, & qu'ils ayent fait leur entrepriſe. Et quand tu ſeras retourné, regarde en la table le reſte des pierres, lequel eſt touſiours 1, ou 2, ou 3, ou 5, ou 6, ou 7. Si doncques il y en a vn tãt ſeulement, alors le premier a caché A: le ſecõd, B: le troiſieſme, C. Si 2, alors le premier à caché B: le ſecond, A: le troiſieſme, C. Tu pourras entẽdre les autres manieres, par la table icy miſe.

le reſte des pierres.	les perſonnes.	les choſes.	le reſte des pierres.	les perſonnes.	les choſes.
	1	a		1	b
1	2	b	5	2	c
	3	c		3	a
	1	b		1	c
2	2	a	6	2	a
	3	c		3	b
	1	a		1	c
3	2	c	7	2	b
	3	b		3	a

FORCADEL.

I'ay deſia demonſtré cecy en mes liures d'Arithmetique. Ils peuuent donc cacher en ſix ſortes les trois choſes: c'eſt aſçauoir, la premiere, marquée par l'vnité: la ſeconde, par 2: & la troiſieme, par 3. Et parce que l'ordre des perſonnes & des pierres premierement données, ne ſe change point, 1, 2, 3 monſtrent tant la

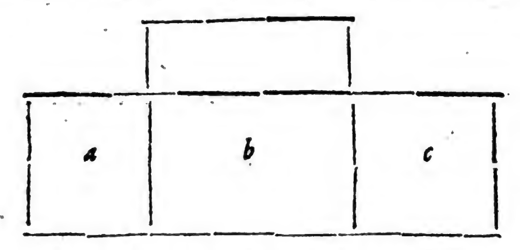
premiere, seconde, & la troisiesme personnes, & leur pierres, que la premiere, seconde, & troisiesme chose. Et en commençant au premier ordre, immobile quant au nombre des personnes, & des pierres premierement données, il faut raisonner ainsi, qui à la premiere, le premier auquel i'en ay baillé vne : il en prendra doncques vne: la seconde, le second, auquel i'en ay baillé 2: il en prendra dõcques le double, c'est àsçauoir, 4 : & le troisiesme, auquel i'en ay baillé 3, en prendra 12 : ils en auront doncques tous ensemble 23. Ainsi de 23 pierres il resteroit rien, & de 24 il en reste 1: dont ie dis que l'ordre des choses, des personnes, & des pierres, que i'ay premierement baillées, est vn mesmes. Encores pour le troisiesme ordre, il conuient dire, qui a la premiere, le second, auquel i'en ay baillé 2, il en prendra doncques autant: & qui a la seconde, le troisiesme, auquel i'en ay baillé 3, il en prendra doncques le double, c'est à sçauoir, 6: puis apres, qui a la troisiesme, le premier, auquel i'en ay baillé 1, ou qui en a vne, il en prẽdra par ainsi 4, & tous ensemble en auront 18. Il en restera donc de 24, 6. ou de 23, 5. Ainsi pour l'vne, ou pour l'autre reste, ie diray, que le premier aura caché la troisiesme chose: le second, la premiere: & le troisiesme, la seconde, &c.

1 . 2 . 3 : 1 . 4 . 12 :	23 : 0 :	1
2 . 3 . 1 : 2 . 8 . 3 :	19 : 4 :	5
3 . 1 . 2 : 4 . 2 . 6 :	18 : 5 :	6
1 . 3 . 2 : 1 . 8 . 6 :	21 : 2 :	3
2 . 1 . 3 : 2 . 2 . 12 :	22 : 1 :	2
3 . 2 . 1 : 4 . 4 . 3 :	17 : 6 :	7

L'A-

LA PARTICVLIERE DEMONSTRATION de la raiſon des deux quarrez à leurs coſtez.

DEs deux coſtez de deux quarrez a & b, ſoit la 3e proportionnelle b c, par la 11e propoſition du ſixieſme : ainſi le rectangle b,c, de b,c par a, eſt egal au quarré b, par la 17e propoſitiõ du meſmes: & par la 7e propoſition du 5e, la raiſon du quarré a au quarré b, eſt cõme celle du quarré a au rectãgle b,c: laqlle eſt cõme de a, à b,c. par la premiere dudit ſixieſme. Et par ainſi, cõme la raiſon du coſté a, au coſté b doublée, par la 10e diffinition dudit cinqieſme.



LA DEMONSTRATION DE la diuination de l'Anneau.

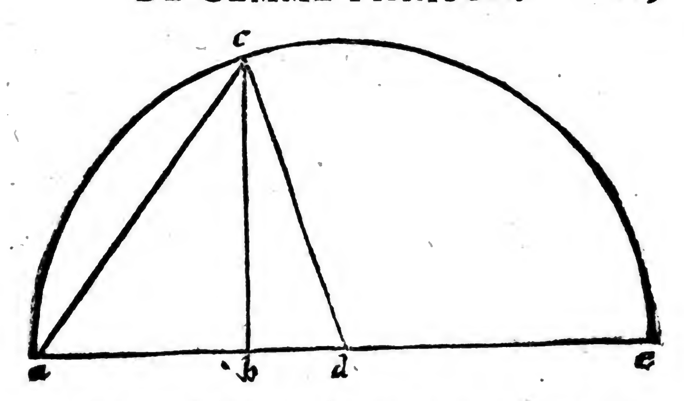
ALors que tu fais doubler le nombre des perſonnes, & y adiouſter 5, puis apres le tout multiplier par 5, tu fais autant, que ſi tu faſois multiplier ledit nombre des perſonnes par 10, & au produict y adiouſter 25. Parquoy ſi de ce produict tu en leues 25, par le nombre des des dixaines qui reſte, tu cognois le nombre des perſonnes. Mais tu y fais adiouſter le nombre du doigt auquel eſt l'anneau: ſi doncques tu en leues 25, il reſte le nombre, duquel le nõbre des dixaines te dõne touſiours le nombre des perſonnes, & les vnitez le nõbre du doigt, auquel eſt l'anneau, ſ'il y a quelque choſe au premier lieu: ſi non, le nõbre plus petit de l'vnité du nõbre des dixaines, eſt le nõbre des perſonnes, & l'autre dixaine (car il n'y en aura pas d'auãtage) te monſtre que l'anneau eſt au dixieſme doigt.

Apres celá, tu dis qu'on mette deuant ou à costé de tout ce nõbre, vers dextre, le nombre, qui signifie la quantiesme ioincture du doigt, auquel est l'anneau. Tu fais autant, comme si tu fasois multiplier le nombre des personnes par 100, & le 5 adiousté par 50, qui font 250 : le nombre aussi du doigt, auquel est l'anneau, par 10, & à tout adiouster ledit nõbre de la ioincture. Et par ainsi si du tout tu en leues 250, il reste le nombre duquel le nombre des centeines te monstre le nombre des personnes, s'il y a quelque chose aux dixaines: si non, il en faut leuer l'vnité, & pour dix dixaines compter le dixiesme doigt. Et quand il y a quelque chose aux dixaines, le nombre d'icelles te monstre le nombre du doigt auquel est l'anneau: & le nombre des vnitez, te monstre le nombre des ioinctures.

LA DEMONSTRATION POVR trouuer vne troisiesme ligne proportionnelle à deux autres.

LEs deux lignes sont a,b: & b,c: perpendiculaires l'vne sur l'extremité de l'autre, desquelles les autres extremitez s'entreregardét par la ligne a,c: & par-ce q̃ ie veux, que la raison de a,b, à b,c: soit comme de b,c: à la troisiesme, sur l'extremité c, de la ligne a,c: ie fais vn angle egal, à l'angle a, par la 23e proposition du premier: iceluy sera l'angle a,c,d, & les lignes a,b & c,d, esten dues s'entrecouppent au poinct d: car les angles a, & a,c,d, sont plus petits, que deux angles droicts. Du poinct d, doncques ie fais le centre, & de la distance a,d, ie d'escris la circonference a,c,e: dont la partie du diametre, b,e, sera la troisiesme ligne proportionnelle à a,b, & b,c, par le correlaire de la huictiesme proposition du sixiesme.

PRO-



PROPOSITION DE QVATRE quantitez proportionnelles.

S'Il y a quatre quantitez proportionnelles, la raison de toutes à la tierce & seconde comme vne, est comme de la tierce & premiere comme vne, à la seconde.

Les quatre quantitez proportionnelles, sont a, b, c, d. La premiere est a: la seconde b, & c. Apres auoir consideré la raison à l'opposite, par la changée proportionnalité 16e proposition du cinqiesme, la raison de d, à b, est comme de c, à a: de la quarte à la seconde, cmome de la tierce à la premiere: & par la conioincte proportionnalité 18e proposition du cinqiesme, de d, & b, comme vne à b, est cõme c & a cõme vne à a, de la quarte & seconde a la secõde, cõme de la tierce & premiere à la premiere: & par la 12e proposition du cinqiesme, de d, b, c, a, cõme vne, à b & a comme vne, est telle, qu'est de c & a cõme vne à a, de toutes à la seconde & premiere, cõme de la tierce & premiere à la premiere: & par la changée proportionnalité, de toutes à la tierce & premiere, sera telle que de la seconde & premiere à la premiere: de a, b, c, d comme vne à c & a, comme vne est vne raison telle, que de a & b, comme vne à a. Mais la raison de c à b, est comme de b à a: par la douziesme proposition doncques du cinqiesme, de c & b, comme

vne,

vne, à b est comme de b & a comme vne à a, de la troisiesme & seconde à la seconde, telle qu'est de la seconde & premiere à la premiere. Et par ainsi, par la onziesme propositiõ dudit cinqiesme, de toutes à la tierce & premiere, la raison est telle, qu'est de la tierce & seconde à la secondé: de a, b, c, d: à c & a comme vne, est cõme de c & b comme vne à b: & encores per la dite changée proportionnalité de toutes à la tierce & seconde, la raison est vne mesme, qu'est de la tierce & premiere à la secondé: de a, b, c, d à c & b cõme vne, est telle, qu'est de c & b comme vne, à b: comme nous le voulions demonstrer.

1	2	4	8
a	b	c	d

8.	2.	4.	1
10.	2.	5.	1
15.	3.	5.	1
15.	5.	3.	1
6.	2.	3.	1
4.	2.	2.	1
15.	5.	6.	2
15.	6.	5.	2

LA DEMONSTRATION D'VNE maniere de cognoistre vn nombre, conceu de quelcun.

S'Il y a deux nombres distans ensemble tant seulement de l'vnité, & quelque nombre, moindre que le plan qui se fait des deux, estant diuisé par le plus petit, laisse quelque chose, mais par le plus grand il laisse rien: alors ce, qui est laissé, est tousiours egal au combien. Ce que monstre par la premiere proposition du second, que le nombre diuisé contient autant de fois le plus grãd, comme il reste, quãd il est diuisé pat le plus petit. Si doncques quelcun a cõceu 66, lequel il me dit estre moindre à 10 fois 11: ie luy demande ce, qui reste quand il est diuisé par le plus petit, c'est à sçauoir, par 10: il me dit 6, lequel ie multiplie par 11, fait 66. Puis apres il me dit que ledit nombre, qu'il a conceu, estant diuisé par 11, laiße rien. Ie diray donc,

donc, qu'il a conceu 66.

Encores, s'il y a deux nombres de telle distance, que nous venons de dire: le quarré du plus petit, contiet le plus grand vne fois mois que n'est le plus petit, & 1 d'auantage. Et si dudit quarré se soustraict le plus petit, le reste contiēdra le plus grand deux fois moins que n'est le plus petit, & 2 d'auantage. Et d'auantage, si du mesme quarré se soustraict deux fois le plus petit, la reste contiendra le plus grand 3 fois moins, que n'est le plus petit, & 3 d'auātage, &c. Et par ainsi, si du quarré du plus petit se soustraict 3 fois le plus petit: la reste contiendra le plus grand autant de fois, qu'est la difference du plus petit à 4, & restera 4: si on en leue 6 fois le plus petit, la reste diuisée par le plus grand, laisse 7, &c. Quelcun donques a conceu 60, qu'il me dit estre moindre à 10 fois 11: parquoy ie luy dis, qu'il le diuise par le plus petit, c'est à sçauoir, par 10. Il me respōd, qu'il reste rien, & que l'ayant diuisé par 11, il reste 5, qui qui me monstre, que si du quarré de 10, c'est à sçauoir, de 100, ie soustrais 4 fois 10, qui font 40, il reste 60, pour le nombre qu'il auoit pensé. Or est ce vne mesme chose, de partir 5 quarrez de 10, c'est à sçauoir, 500, par le rectangle, qui se fait de l'vn par l'autre, qui est 110, & prendre le reste tant seulement pour le nombre conceu: car si 500 contiennent cinq quarrez, de 10, ils en contiennent bien 4 quarrez, & lesdits 4 fois dix: lesquels soustraicts de 500, il reste le mesme 60.

Maintenant s'il a pensé vn nombre, c'est à sçauoir, 73, qui ne se peut partir iustement ny par l'vn, ny par l'autre: ie luy demande tousiours s'il est plus petit que 10 fois 11, ou le plan de quelques autres de telle distance: ou bien s'il me dit, que son nōbre s'escrit par deux figures, ie prendray deux nombres, dont le rectangle s'scrira par trois figures, &c. Ie luy demande donc le reste d'iceluy party par 10, qu'il me dit estre 3: & par ainsi ie prens 3 fois 11, c'est a sçauoir, 33, lequel (comme nous venons de dire) se partira par 11, & par 10: il laisseroit 3. Puis apres il me dit, que son nombre parti par 11, laisse 7: qui fait, que de 100 si i'en leue 6 fois 10, il reste 40: qui se partira par 10, & par 11, il laisseroit 7.

I'adiousteray doncques 40 auec 33, ils font 73, pour le nõbre qu'il a conceu: car party par 10, il laissé autant que 33 party par 10: & party par 11, il laisse autant, que 40 party par 11. Le mesmes aduiẽdra de reste, si 733, de 7 fois 100, adiousté auec 33, se diuise par 110: car 700 contient 6 fois 100, & 6 fois 10: dont il resteroit 40, lequel adiousté auec 33, il en viendroit 73. Et de lá s'ensuit la reigle. A celle fin que tu sçaches dire à quelcun le nombre, qu'il aura pensé, demande luy par combien de figures il s'escrit: & prens deux nõbres distans de l'vnité, dont le rectãgle s'escriue par vne figure plus, pour estre plus certain que le produict excedera le nombre, qu'il a esleu: & pour plus grande commodité, prens pour le plus petit nõbre, vn nombre simple article. Puis apres tu luy feras partir le nombre pensé par le plus petit, & ce qu'il te dira qu'il reste en la diuision, tu le multiplieras par le plus grand, & garderas ce produict: de lá tu luy feras partir le petit nombre conceu par le plus grand, & le reste qu'il te dira, tu le multiplieras par la quarré du plus petit, & adiousteras au produict ce que tu as gardé. En fin tu partiras le tout par le produict de tes deux nombres, s'il se peut faire: & le reste sera le nombre qu'il a pensé: si non, ce que tu auras gardé, est le nombre qu'il auoit pris.

FIN.

EN AVERS,

De l'Imprimerie de Iean Withage.

1582.